



Province of the
EASTERN CAPE
EDUCATION

**NASIONALE
SENIOR SERTIFIKAAT**

GRAAD 12

SEPTEMBER 2014

WISKUNDE V1

PUNTE: 150

TYD: 3 uur



Hierdie vraestel bestaan uit 13 bladsye, insluitend 'n inligtingsblad.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies sorgvuldig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit TWAALF vrae. Beantwoord AL die vrae.
2. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy in die bepaling van jou antwoorde gebruik het, duidelik aan.
3. 'n Goedgekeurde sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) mag gebruik word, tensy anders aangedui.
4. Volpunte sal nie noodwendig aan antwoorde alleen toegeken word nie.
5. Indien nodig, moet antwoorde tot TWEE desimale plekke afgerond word, tensy anders aangedui.
6. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
7. Nommer jou antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
8. Skryf netjies en leesbaar.
9. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.

VRAAG 1

1.1 Los op vir x :

1.1.1 $3x^2 - 7x = 0$ (2)

1.1.2 $5x^2 = 3x + 6$ (4)

1.1.3 $3x^{\frac{2}{3}} - 13x^{\frac{1}{3}} - 10 = 0$ (3)

1.2 Gegee die uitdrukking: $2x^2 - 7x - 15$

1.2.1 Los op vir x as $2x^2 - 7x - 15 \geq 0$ (4)

1.2.2 Bepaal, vervolgens of andersins, vir watter positiewe waardes van x die volgende uitdrukking reëel sal wees:

$$\frac{\sqrt{2x^2 - 7x - 15}}{x - 8} \quad (2)$$

[15]

VRAAG 2

2.1 Los gelyktydig vir x en y in die volgende vergelykings op:

$$2x^2 - 3xy = -4 \quad \text{en} \quad 4^{x+y} = 2^{y+4} \quad (7)$$

2.2 Bespreek, sonder om die vergelyking op te los, die aard van die wortels van die vergelyking:

$$3x^2 - 5x + 3 = 0 \quad (2)$$

[9]

VRAAG 3

Die eerste vier terme van 'n kwadratiese ry is as volg:

$$2 ; 10 ; 14 ; 14 ; \dots$$

3.1 Gee die waarde van die volgende term in die ry. (1)

3.2 Bepaal die n -de term van die ry. (4)

[5]

VRAAG 4

- 4.1 Gegee die volgende getalpatroon wat 'n kombinasie van 'n lineêre en 'n meetkundige getalpatroon is:

$$3 ; \frac{1}{2} ; 3 ; \frac{4}{10} ; 3 ; \frac{16}{50} ; \dots$$

- 4.1.1 Skryf die waardes van die volgende TWEE terme van die patroon neer. (2)

- 4.1.2 Bereken die som van die eerste vyf-en-dertig terme van die patroon. (5)

- 4.2 Bereken:

$$\sum_{n=3}^{\infty} 5 \cdot 3^{1-n}$$

(4)
[11]

VRAAG 5

- 5.1 Die ry bestaande uit die natuurlike getalle van 25 tot 999 word as volg gegee:

$$25 ; 26 ; 27 ; 28 ; 29 ; \dots ; 999$$

- 5.1.1 Skryf die eerste drie ewe getalle in die gegewe ry neer. (1)

- 5.1.2 Bereken die som van al die ewe getalle in die gegewe ry. (5)

- 5.2 Die m -de term van 'n rekenkundige ry is k en die k -de term van dieselfde ry is m . Bepaal die waarde van die gemene verskil (d) indien $m \neq k$. (4)
[10]

VRAAG 6

- 6.1 Tembi koop 'n nuwe motor vir R245 000. Die motor se waarde verminder volgens die verminderde saldo-metode teen 'n koers van 13% per jaar.

Na hoeveel jaar sal die motor se waarde R83 543 wees? (4)

- 6.2 Mnr. Williams koop 'n huis vir R450 000. Hy betaal 'n deposito van 10% en neem 'n lening vir die balans by die bank uit.

6.2.1 Bereken die waarde van die lening. (2)

- 6.2.2 Hy betaal die lening by wyse van gelyke maandelikse paaielemente oor 'n tydperk van 20 jaar terug. Die eerste betaling word een maand na die toekenning van die lening gemaak. Rente word teen 8% per jaar, maandeliks saamgestel, bereken.

Bereken die waarde van die maandelikse paaielement. (4)

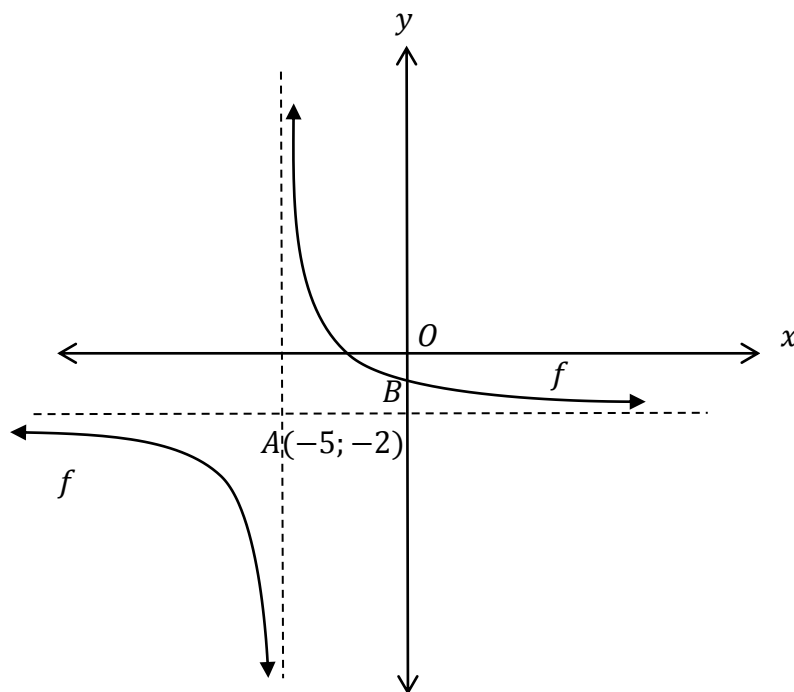
- 6.2.3 Hy besluit om die lening na 17 jaar af te betaal.

Bereken die uitstaande balans op die lening indien die laaste paaielement aan die einde van die 17^{de} jaar gemaak word. (3)

[13]

VRAAG 7

- 7.1 Die skets toon die grafiek van $f(x) = \frac{2}{x+p} + q$. $A(-5; -2)$ is die snypunt van die asimptote van f . B is die y -afsnit van f .



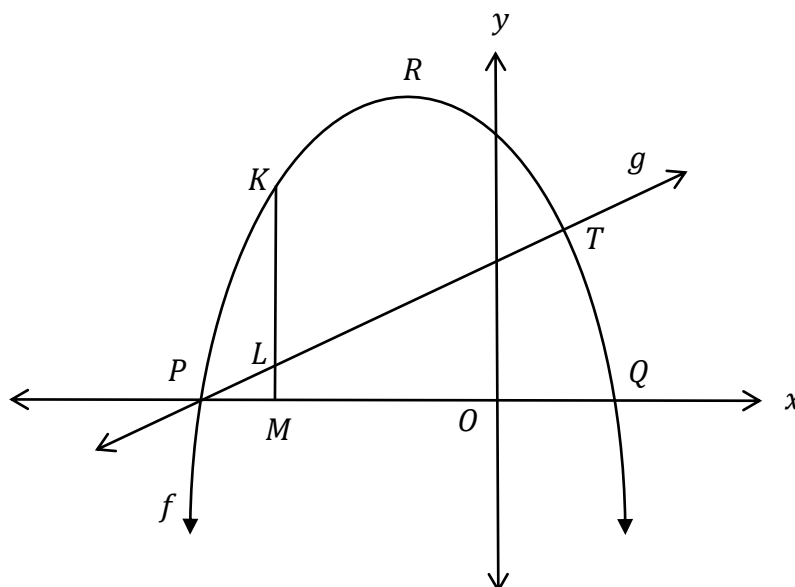
- 7.1.1 Skryf die vergelyking van f neer. (2)
- 7.1.2 Bereken die koördinate van B . (2)
- 7.1.3 Bepaal die vergelyking van g , die reguitlyn wat deur A en B gaan. (4)
- 7.1.4 Bepaal vervolgens die koördinate van die ander snypunt van f en g . (4)
- 7.2 Gegee: $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$
- 7.2.1 Is f 'n toenemende of afnemende funksie? Gee 'n rede vir jou antwoord. (2)
- 7.2.2 Skryf die waardeversameling van g neer indien $g(x) = f(x) - 2$. (1)
- 7.2.3 Skryf die vergelyking van f^{-1} , die inverse van f , in die vorm $y = \dots$ neer. (2)
- 7.2.4 Teken 'n netjiese skets van f^{-1} . Toon alle afsnitte met die asse duidelik aan. (2)
- 7.2.5 Vir watter waarde(s) van x is $f^{-1}(x) \geq -1$? (2)

[21]

VRAAG 8

Die skets toon die grafieke van die funksies $f(x) = -x^2 - x + 12$ en $g(x) = x + 4$.

P en Q is die x -afsnitte van f terwyl R die draaipunt van f is. Die funksies sny mekaar by T en P . K is 'n punt op f , L is 'n punt op g en M lê op die x -as sodat KLM 'n reguitlyn ewewydig aan die y -as is.



8.1 Bepaal die x -koördinate van P en Q . (3)

8.2 Bepaal die koördinate van R . (2)

8.3 Bepaal die koördinate van M indien $KL = 6\frac{3}{4}$ eenhede. (4)

8.4 Bepaal vir watter waarde(s) van x sal

$$x \cdot f(x) > 0 \quad (2)$$

8.5 Vir watter reële waarde(s) van k sal $-x^2 - x + 12 = k$ twee negatiewe, ongelyke wortels hê? (2)

8.6 Gee die vergelyking van h in die vorm $h(x) = a(x + p)^2 + q$ indien h die refleksie van f in die reguitlyn $x = 1$ is. (2)

[15]

VRAAG 9

9.1 Gegee: $f(x) = -5x^2 + 2x$

Bepaal $f'(x)$ vanuit eerste beginsels. (5)

9.2 Bepaal $\frac{dy}{dx}$ as $y = \frac{8}{x^4} + \sqrt[3]{x^2}$ (4)

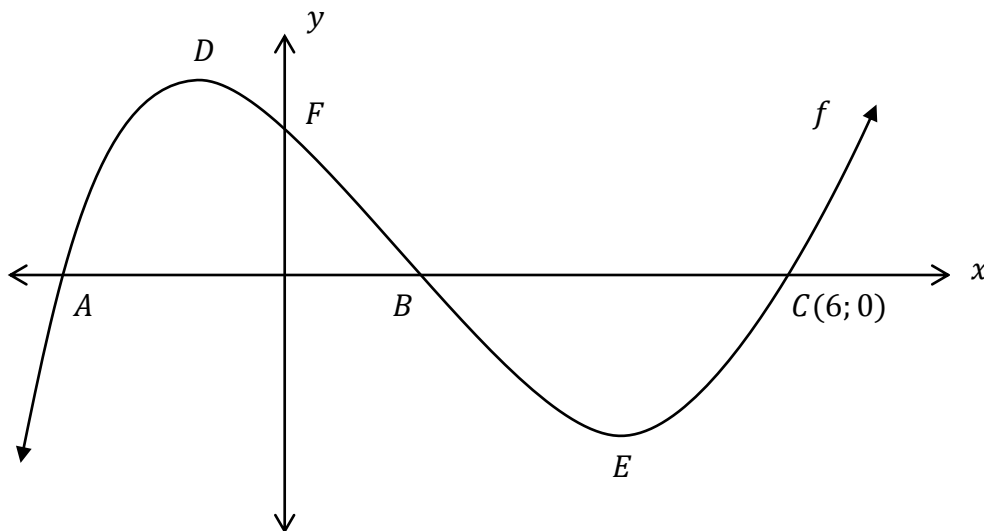
9.3 Gegee: $f(x) = -x^3 + 3x - 2$

Bereken die waarde(s) van x waar die gradiënt van f gelyk is aan $\frac{8}{3}$. (5)
[14]

VRAAG 10

10.1 Die skets toon die grafiek van die funksie $f(x) = x^3 - 5x^2 - 8x + 12$.

A, B en $C(6; 0)$ is die x -afsnitte, F is die y -afsnit en D en E is die stasionêre punte van f .



10.1.1 Bepaal die koördinate van A en B . (4)

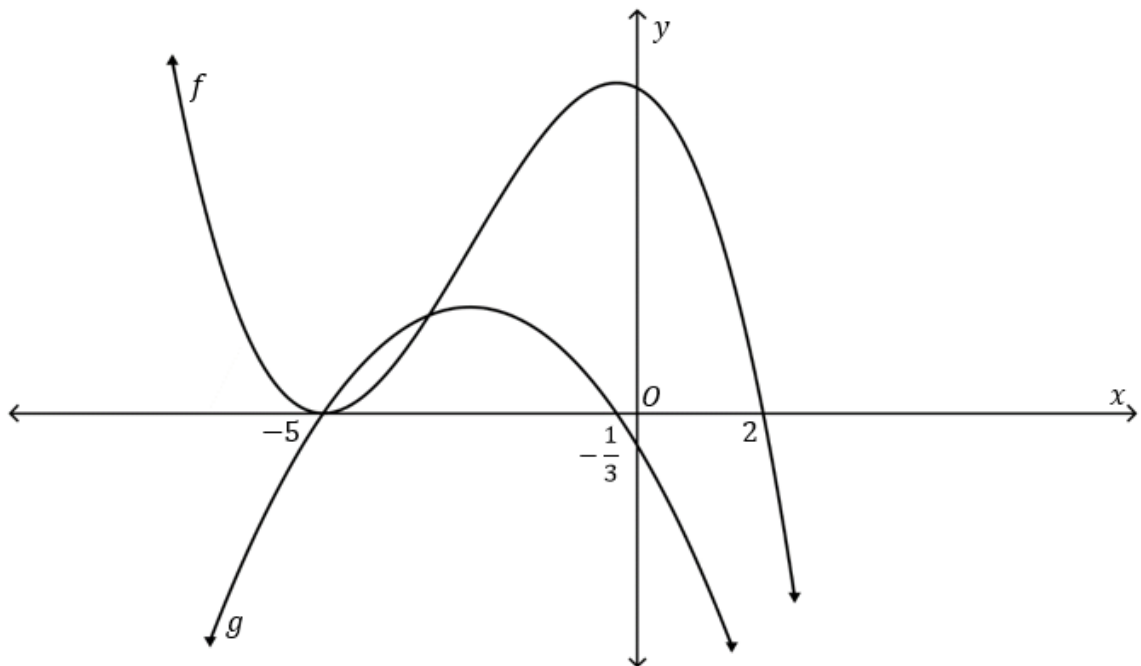
10.1.2 Bepaal die koördinate van D en E . (5)

10.2 Die skets toon die grafieke van die volgende funksies:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 - 5x + 50$$

$$g(x) = f'(x) = px^2 + qx + t$$

Die x -afsnitte van f is $(-5; 0)$ en $(2; 0)$. Die x -afsnitte van g is $(-5; 0)$ en $(-\frac{1}{3}; 0)$.



Gebruik die gegewe inligting en skets om die volgende vrae te beantwoord:

10.2.1 Bepaal die waarde van $g[f(2)]$. (2)

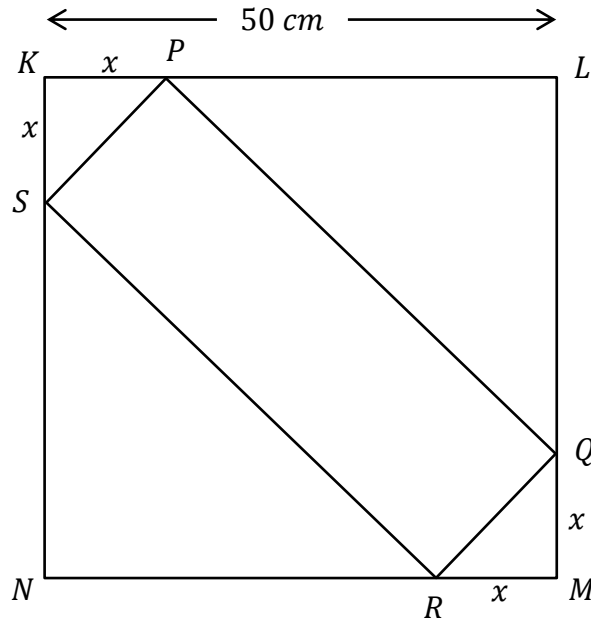
10.2.2 Bereken die gemiddelde gradiënt van f oor die interval $x \in [-5; 0]$. (2)

10.2.3 Bepaal die waardes van x waarvoor $f''(x) < 0$ is. (2)

[15]

VRAAG 11

In die figuur is $KLMN$ 'n vierkant. $KL = 50\text{ cm}$. Reghoek $PQRS$ word binne vierkant $KLMN$ getrek sodat $KP = KS = RM = QM = x$.



- 11.1 Toon aan dat die oppervlakte (A) van reghoek $PQRS$ uitgedruk kan word as:

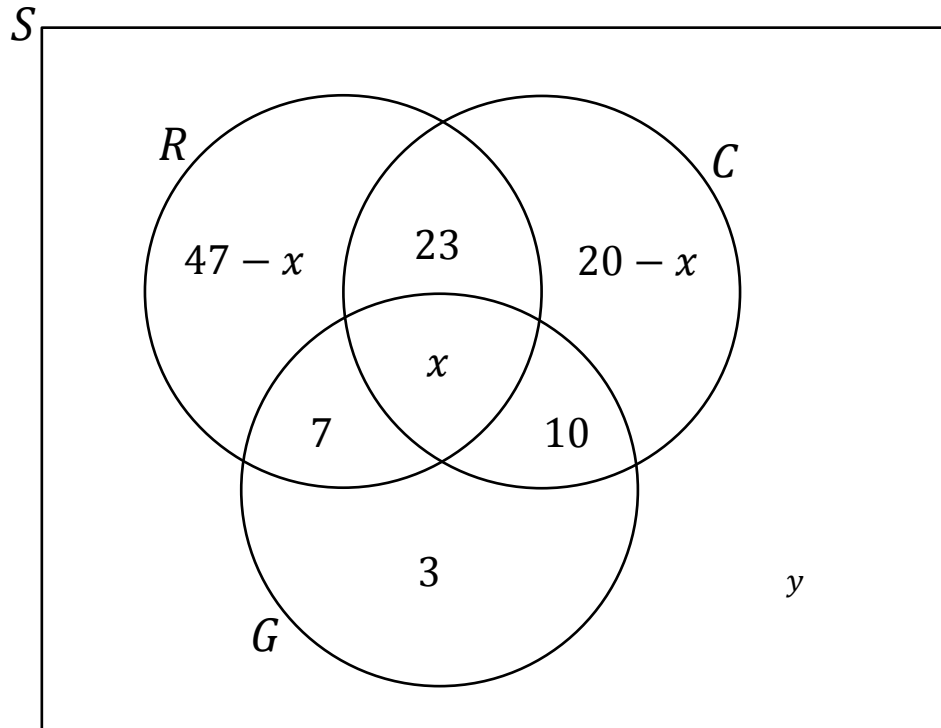
$$A = 100x - 2x^2 \quad (4)$$

- 11.2 Bepaal vervolgens die maksimum oppervlakte van $PQRS$. Toon alle berekeninge.

(3)
[7]

VRAAG 12

- 12.1 Daar is 115 mense in 'n groep. Die onderstaande Venn-diagram toon die aantal mense wat van radio luister (R) hou, van tuinmaak (G) hou en/of van kosmaak (C) hou. Daar is x mense wat van al drie die aktiwiteite hou. Daar is y mense wat nie van enigeen van die aktiwiteite hou nie.



- 12.1.1 As daar 28 mense is wat van tuinmaak hou, bereken die waarde van x . (1)
- 12.1.2 Bepaal vervolgens die waarde van y . (1)
- 12.2 Daar is 5 bruinbrode (B) en 7 witbrode (W) op die rak by die plaaslike supermark. Twee kliënte kies elk ewekansig, een na die ander, 'n brood op die rak en plaas dit in hul mandjie.
- 12.2.1 Bepaal die waarskynlikheid dat die eerste kliënt 'n witbrood sal vat. (1)
- 12.2.2 Aanvaar dat die winkelleienaar geen brode op die rak vervang nadat 'n kliënt 'n brood gevat het nie.
- Bepaal die waarskynlikheid dat albei kliënte 'n bruinbrood sal vat. (3)
- 12.2.3 Indien die eerste kliënt 'n witbrood vat, plaas die eienaar 'n bruinbrood by die ander brode op die rak. Indien die eerste kliënt 'n bruinbrood vat, plaas die eienaar 'n witbrood by die ander brode op die rak.
- Bepaal die waarskynlikheid dat 'n witbrood en 'n bruinbrood aan die twee kliënte verkoop word. (3)

- 12.3 Die 9 letters van die woord CELLPHONE word elk op 'n kaartjie geskryf en herrangskik.
- 12.3.1 Hoeveel verskillende rangskikkings kan gemaak word indien die herhaalde letters (E en L) as verskillend beskou word? (1)
- 12.3.2 Bepaal die waarskynlikheid dat die twee E's langs mekaar geplaas sal word indien die herhaalde letters as verskillend beskou word. (3)
- 12.3.3 Hoeveel verskillende kombinasies wat met die letter P begin, kan gemaak word indien die herhaalde letters as dieselfde beskou word? (2)
- [15]

TOTAAL: 150

INLICHTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$T_n = a + (n-1)d \quad S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}; \quad r \neq 1$$

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r}; \quad -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$$

$$P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

$$\text{In } \triangle ABC: \quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A \quad \text{area } \triangle ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2\sin^2 \alpha \\ 2\cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$