



NASIONALE SENIORSERTIFIKAAT

GRAAD 12

SEPTEMBER 2023

TEGNIESE WISKUNDE V1

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 14 bladsye, insluitend 'n inligtingsblad
van 2 bladsye en 2 antwoordblaaie.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vrae beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit NEGE vrae.
2. Beantwoord AL die vrae.
3. Beantwoord VRAE 4.1.3 en 7.4 op die ANTWOORDBLAAIE wat verskaf word. Skryf jou naam en skool se naam in die spasies wat op die ANTWOORDBLAAIE verskaf word en handig die ANTWOORD BLAAIE met jou ANTWOORDEBOEK in.
4. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
5. Toon ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens. wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal.
6. Volpunte alleenlik sal NIE noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word NIE.
7. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en nie-grafies) gebruik, tensy anders vermeld.
8. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
9. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
10. 'n Inligtingsblad met formules word aan die einde van die vraestel ingesluit.
11. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 11.1 Los op vir x :

$$1.1.1 \quad (x+17)(x-23)=0 \quad (2)$$


$$1.1.2 \quad \frac{x^2}{2} + x - \frac{1}{3} = 0 \quad (\text{Korrekt tot TWEE desimale plekke}) \quad (3)$$

$$1.1.3 \quad x(2x+1) - 3 \leq 0 \quad (4)$$

1.2 Los op vir x en y as:

$$y = x+1 \text{ en } y = 3x^2 - xy \quad (5)$$

1.3 Die maatstaf van persentasie Verteerbaarheidskoëffisiënt (D) van 'n koeivoer word gemeet as die verskil tussen die hoeveelheid voedsel wat geëet word (E), en die voedsel wat in die ontlasting (F) uitgeskei word, uitgedruk as 'n persentasie van die voedsel wat ingeneem word.

	$D = 100 \left(\frac{E - F}{E} \right); \text{ waar:}$ <p>D = Verteerbaarheidskoëffisiënt (%)</p> <p>E = Voedsel geëet (kg)</p> <p>F = Ontlasting uitgeskei (kg)</p>
--	--

1.3.1 Maak E , die kos wat geëet word, die onderwerp van die formule. (4)

1.3.2 Bereken die hoeveelheid voedsel wat deur die koei geëet word indien die persentasie verteerbaarheidskoëffisiënt 80% is en 3,75 kg voedsel in die ontlasting uitgeskei is. (2)

1.3.3 Vervolgens of andersins, druk, in gram uit, die hoeveelheid voedsel wat deur die koei in VRAAG 1.3.2 geëet word, indien 1 000 g = 1 kg. (1)

1.3.4 Druk die antwoord in VRAAG 1.3.3 in *wetenskaplike notasie* uit. (1)1.4 Vereenvoudig die volgende binêre bewerking, **sonder om 'n sakrekenaar te gebruik**:

$$1\,000_2 - 110_2 \quad (2)$$

[24]

VRAAG 2

Gegee: $f(x) = ax^2 - 3x + 2$

- 2.1 Bepaal die waarde van a as die diskriminant van $f(x)$ 6 is. (3)
- 2.2 Vervolgens, sonder om die vergelyking op te los, beskryf die aard van die wortels van $f(x)$. (1)
- 2.3 Bepaal die numeriese waarde van a waarvoor die wortels van $f(x)$ gelyk is. (3)

[7]

VRAAG 3

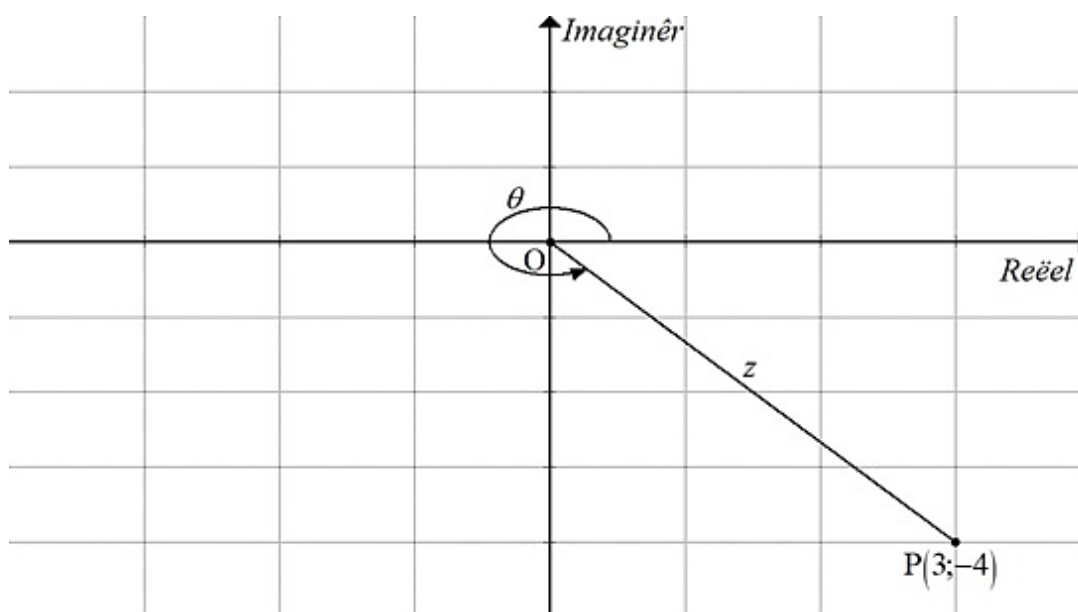
3.1 Vereenvoudig die volgende **sonder om 'n sakrekenaar te gebruik**:

$$3.1.1 \quad \log_x \left(\frac{1}{x} \right) \quad (2)$$

$$3.1.2 \quad 4^x - 2^{2x-1} \quad (3)$$

$$3.2 \quad \text{Toon aan dat: } \frac{\sqrt{3x^2} \times \sqrt[3]{12x^3}}{2x^2} = \frac{\sqrt[6]{243}}{\sqrt[3]{2}} \quad (4)$$

3.3 Hieronder geteken is 'n Argand-diagram van komplekse getal z met punt $P(3; -4)$:



3.3.1 Skryf die komplekse getal z in reghoekige vorm. (1)

3.3.2 Bereken die modulus van z . (2)

3.3.3 Bepaal die grootte van θ . (3)

3.3.4 Vervolgens druk z in polêre vorm uit (waar θ in grade is). (1)

$$3.4 \quad \text{Los op vir } x \text{ en } y \text{ as: } \frac{x-i}{2i+1} = y+3i \quad (5)$$

[21]

VRAAG 4

4.1 Gegee die funksie f , gedefinieer deur $f(x) = -\frac{2}{x} - 1$

4.1.1 Skryf die vergelyking van die horisontale asimptoot van f neer. (1)

4.1.2 Bepaal die x -afsnit van f . (3)

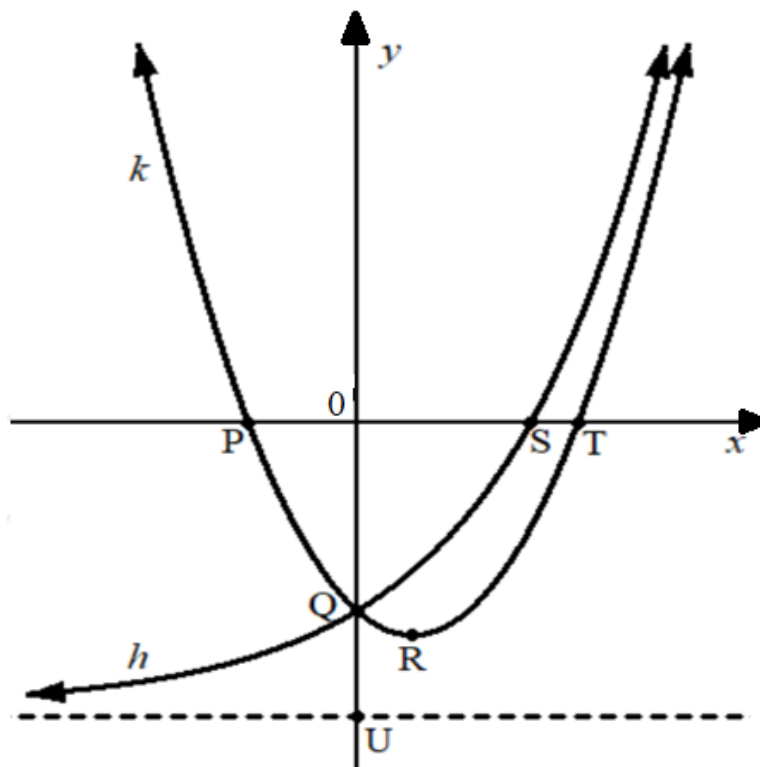
4.1.3 Vervolgens, skets die grafiek van f op die ANTWOORDBLAD wat verskaf word. Toon die afsnitte duidelik met die asse en enige asimptote. (3)

4.1.4 Skryf die waardeversameling van f neer. (1)

4.2 Die diagram hieronder toon skets grafieke van funksies gedefinieer deur:

$$k(x) = x^2 - x - 2 \text{ en } h(x) = 2^x - 3$$

- Punte P en T is die x -afsnitte van k en S is die x -afsnit van h .
- Q is 'n gemeenskaplike y -afsnit vir beide grafieke.
- R is die draaipunt van k .
- Die asimptoot van h sny die y -as by U.



Bepaal:

4.2.1 Die y -koördinaat van Q (1)

4.2.2 Die vergelyking van die asimptoot van h (1)

4.2.3 Die x -afsnitte van k (3)

4.2.4 Die koördinate van S (3)

4.2.5 Die koördinate van R (4)

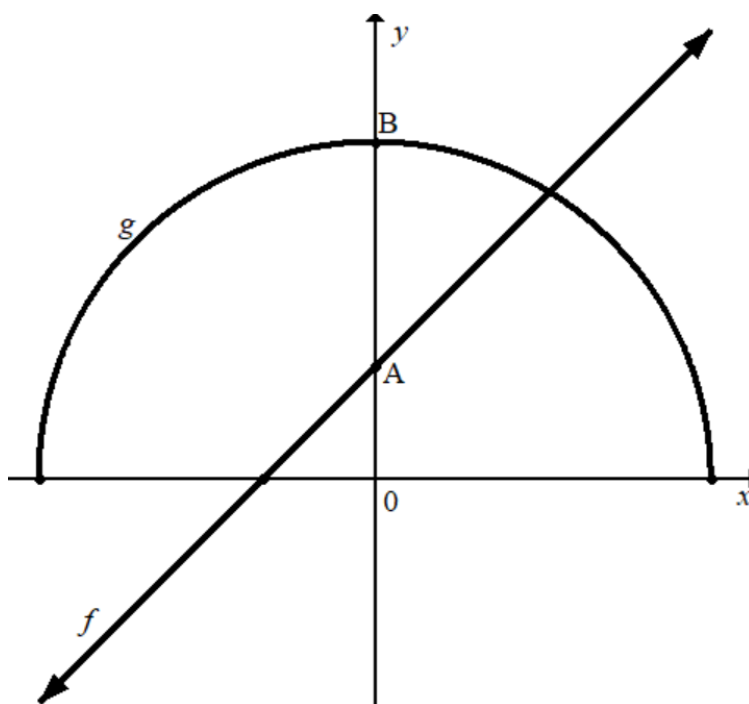
4.2.6 Die definisieversameling/gebied van h . (1)

4.2.7 Die waarde van x waarvoor $k(x) - h(x) = 0$ (1)

4.3 Die diagram hieronder toon skets grafieke van funksies gedefinieer deur:

$$f(x) = x + 1 \text{ en } g(x) = \sqrt{r^2 - x^2}$$

Punte A en B is die y -afsnitte van onderskeidelik f en g .



4.3.1 Bepaal die x -afsnit van f . (2)

4.3.2 As f 2 eenhede opwaarts geskuif word, lei dit tot punt A wat saamval met punt B van funksie g . Vervolgens, skryf neer:

(a) Die koördinate van punt **B** (2)

(b) Die vergelyking van 'n nuwe funksie $h(x)$, die resultaat van die translasië van f (1)

(c) Die vergelyking van g (1)

[28]

VRAAG 5

5.1 'n Bate ter waarde van R15 000 depresseer teen 'n koers van 3% per jaar kwartaalliks saamgestel. Bepaal die bedrag waaraan die bate aan die einde van 5 jaar depresseer. (3)

5.2 Die prys van bruinbrood het van R3,80 in 2004 tot R18,80 in 2023 gestyg.

5.2.1 Bepaal die bedrag waarmee die prys van bruinbrood van 2004 tot 2023 gestyg het. (1)

5.2.2 Bepaal die inflasiekoers van 2004 tot 2023. (5)

5.3 'n Ambagsman het vir 8 jaar 'n bedrag van R350 000 in 'n beleggingsrekening gedeponeer wat 7% per jaar genereer.

- Aan die einde van 4 jaar het die ambagsman 'n bedrag Rx in die beleggingsrekening gedeponeer.
- Hy het aan die begin van die 6^{de} jaar R100 000 onttrek en die oorblywende bedrag teen 'n koers van 7% per jaar belê, maandeliks saamgestel vir die res van die beleggingstydperk.

Bepaal die bedrag, Rx , wat die ambagsman aan die einde van die 4^{de} jaar gedeponeer het indien die belegging aan die einde van die 8-jaar beleggingstydperk R620 000 opgelewer het. (6)
[15]

VRAAG 6

6.1 Bepaal $f'(x)$ deur EERSTE BEGINSELS te gebruik indien $f(x) = 2 - 5x$ (5)

6.2 Bepaal:

6.2.1 $D_x \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - 3kx \right)$ (4)

6.2.2 $\frac{dy}{dx}$ as: $y = \frac{2x^3 - 8x}{x - 2}$ (4)

6.3 Bepaal die koördinate van die punt op die kromme $h(x) = 3x^2 - 4x$ waar die gradiënt van die raaklyn gelyk is aan 2. (4)
[17]

VRAAG 7

Gegee: $f(x) = -x^3 - 4x^2 - 3x$

- 7.1 Bepaal die x -afsnitte van f . (4)
- 7.2 Skryf die y -afsnit van f . (1)
- 7.3 Bepaal die koördinate van die draaipunte van f . (5)
- 7.4 Skets die grafiek van f op die ANTWOORDBLAD wat verskaf word. Toon duidelik al die koördinate van die draaipunte en afsnitte met die as. (4)
- 7.5 Bepaal die gemiddelde gradiënt van f tussen $x = -2$ en $x = -1$. (4)

[18]**VRAAG 8**

Die tweede Newton se Bewegingswet van 'n liggaam wat as gevolg van swaartekrag val, word gegee deur:

$$s = ut + \frac{1}{2}gt^2 \text{ waar:}$$

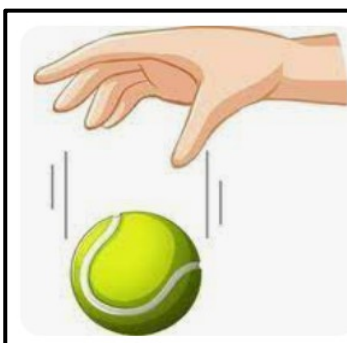
s is die verplasing van 'n voorwerp, in meter

u is die aanvanklike snelheid van 'n voorwerp, in m/s

t is die tyd wat dit neem vir die val, in sekondes

g is die gravitasieversnelling = 10 m/s^2

Die foto hieronder toon 'n bal wat uit 'n hand val en op die grond val.



- 8.1 Bepaal die verplasing van die bal na 4 sekondes as die aanvanklike snelheid daarvan 5 m/s was. (2)
- 8.2 Skryf die vergelyking van finale snelheid van hierdie voorwerp as 'n funksie van tyd neer. (2)
- 8.3 Vervolgens of andersins, bereken die finale snelheid na 4 sekondes. (2)
- 8.4 Bepaal die gemiddelde tempo van verandering oor die eerste 4 sekondes. (2)

[8]

VRAAG 9

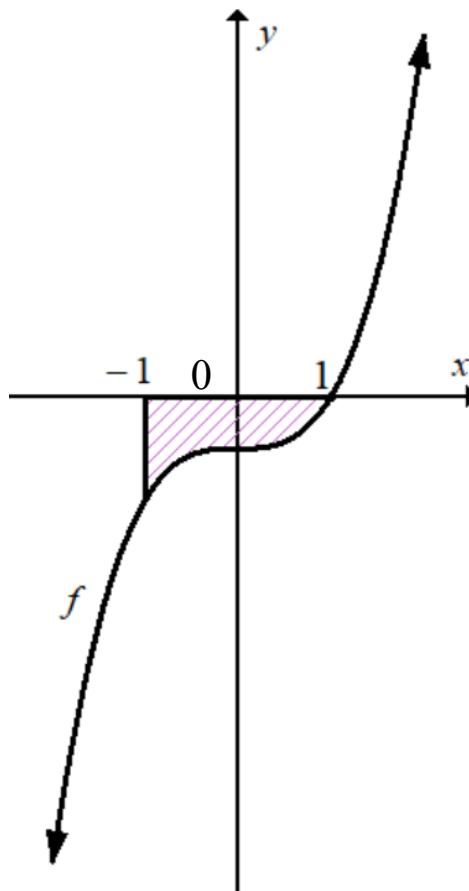
9.1 Gegee $f(x) = x^3 - 8$

Vereenvoudig die volgende integrale:

9.1.1 $\int f(x) dx$ (3)

9.1.2 $\int \left(\frac{f(x)}{x^2 + 2x + 4} - 2^{3x} \right) dx$ (4)

9.2 Die diagram hieronder toon die skadu area wat begrens word deur die funksie f gedefinieer deur $f(x) = x^3 - 1$ en die x -as tussen die punte waar $x = -1$ en $x = 1$.



Bepaal die oppervlakte van die skaduwee wat begrens word deur f en die x -as tussen die punt waar $x = -1$ en $x = 1$.

(5)
[12]

TOTAAL: 150

INLICHTINGSBLAD: TEGNIJSE WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$$y = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b, \quad a > 0, a \neq 1 \text{ en } b > 0$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$i_{\text{eff}} = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m - 1$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$\int k x^n dx = \frac{k x^{n+1}}{n+1} + C, \quad n, k \in \mathbb{R} \text{ met } n \neq -1 \text{ en } k \neq 0$$

$$\int \frac{k}{x} dx = k \ln x + C, \quad x > 0 \text{ en } k \in \mathbb{R}; k \neq 0$$

$$\int k a^{nx} dx = \frac{k a^{nx}}{n \ln a} + C, \quad a > 0; a \neq 1 \text{ en } k, a \in \mathbb{R}; k \neq 0$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_2 + x_1}{2}; \frac{y_2 + y_1}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\tan \theta = m$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\text{In } \triangle ABC: \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{Oppervlakte van } \triangle ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$$

$$1 + \cot^2 \theta = \operatorname{cosec}^2 \theta$$

$$\pi \text{ rad} = 180^\circ$$

$$\text{Hoeksnelheid} = \omega = 2 \pi n \quad \text{waar } n = \text{rotasie frekwensie}$$

$$\text{Hoeksnelheid} = \omega = 360^\circ n \quad \text{waar } n = \text{rotasie frekwensie}$$

$$\text{Omtreksnelheid} = v = \pi D n \quad \text{waar } D = \text{middellyn en } n = \text{rotasie frekwensie}$$

$$\text{Omtreksnelheid} = v = \omega r \quad \text{waar } \omega = \text{hoeksnelheid en } r = \text{radius}$$

$$\text{Booglengte} = s = r\theta \quad \text{waar } r = \text{radius en } \theta = \text{sentrale hoek in radiale}$$

$$\text{Oppervlakte van sektor} = \frac{r s}{2} \quad \text{waar } r = \text{radius, } s = \text{booglengte}$$

$$\text{Oppervlakte van sektor} = \frac{r^2 \theta}{2} \quad \text{waar } r = \text{radius en } \theta = \text{sentrale hoek in radiale}$$

$$4h^2 - 4dh + x^2 = 0 \quad \text{waar } h = \text{hoogte van segment, } d = \text{middellyn van sirkel en } x = \text{lengte van koord}$$

$$A_T = a(m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n) \quad \text{waar } a = \text{wydte van gelyke dele, } m_1 = \frac{o_1 + o_2}{2}$$

$$o_n = n^{\text{de}} \text{ ordinaat en } n = \text{aantal ordinate}$$

OF

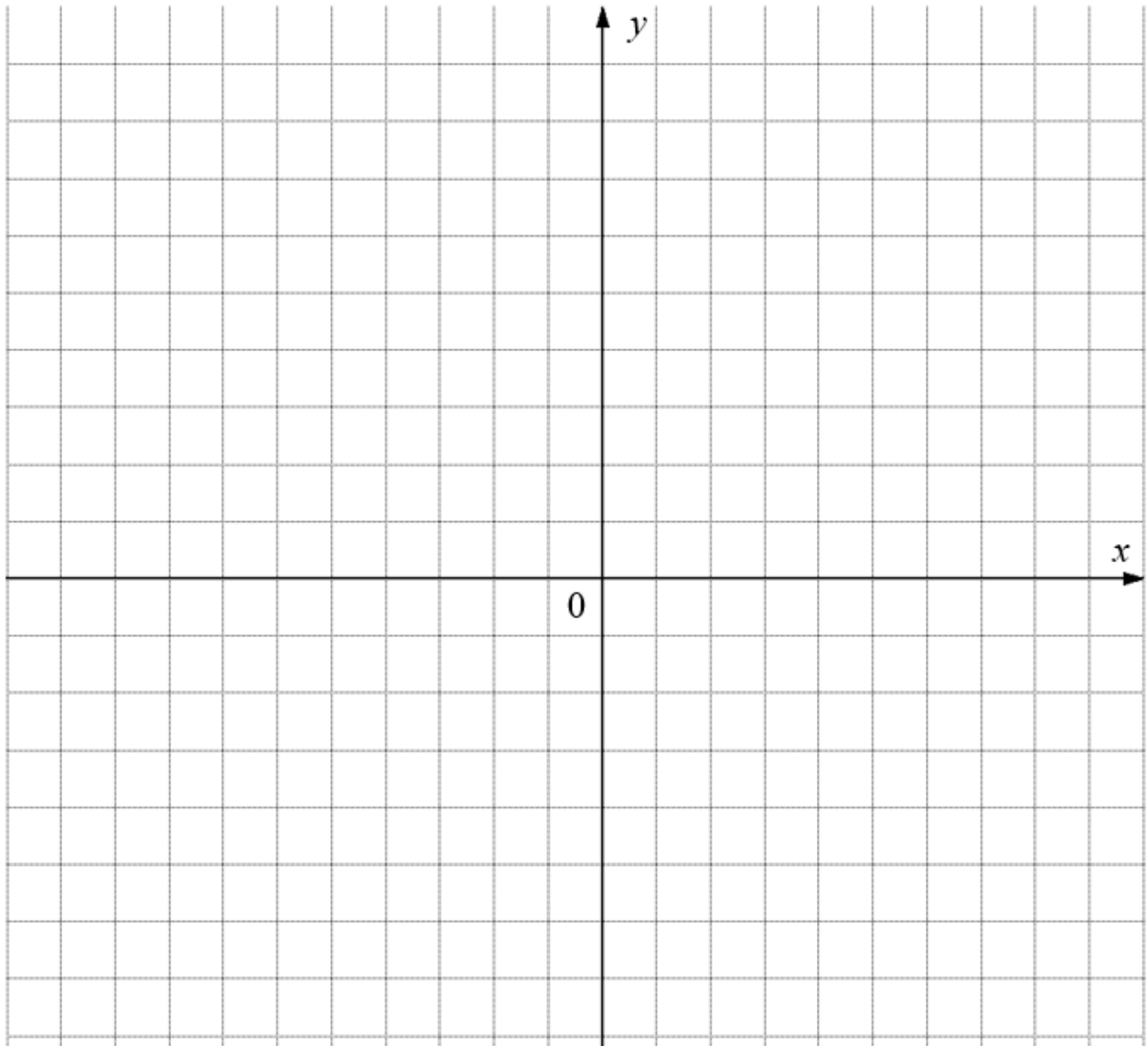
$$A_T = a \left(\frac{o_1 + o_n}{2} + o_2 + o_3 + \dots + o_{n-1} \right) \quad \text{waar } a = \text{wydte van gelyke dele, } o_n = n^{\text{de}} \text{ ordinaat en}$$

$$n = \text{aantal ordinate}$$

DIAGRAMBLAD

VAN EN NAAM	
SKOOL	

VRAAG 4.1.3



VRAAG 7.4