Province of the
EASTERN CAPE
EDUCATION

NASIONALE
SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

JUNIE 2018

WISKUNDE V1

PUNTE: **150**

TYD: **3 uur**

JMATHA1

Hierdie vraestel bestaan uit 11 bladsye, insluitend 'n formuleblad.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vrae beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae. Beantwoord AL die vrae.
2. Toon ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik aan.
3. Volpunte sal nie noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word nie.
4. Jy mag ŉ goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbare en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.
5. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
6. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
7. ŉ Inligtingsblad met formules is aan die einde van hierdie vraestel ingesluit.
8. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

1.1 Los op vir x, in elk van die volgende:

1.1.1 $(x-2)(3x-1)=0$ (2)

1.1.2 $2x^2+3x-7=0$ (korrek tot TWEE desimale plekke) (3)

1.1.3 $-x^2-2x+15<0$ (4)

1.1.4 $\dfrac{3^{x+1}-3^x}{3^{x-1}}=2\left(\dfrac{1}{9}\right)^{x-1}$ (5)

1.2 Los gelyktydig op vir x en y in die volgende vergelykings:

$x-3y=1$ en $y^2+2xy-x^2=-7$ (6)

1.3 Die oplossing(s) van 'n kwadratiese vergelyking word gegee deur: $x=\dfrac{n\pm\sqrt{n^2+4mn}}{2m}$

Bepaal die waarde(s) van x as die wortels gelyk is. (5)

[25]

VRAAG 2

2.1 Die volgende kwadratiese patroon word gegee: $15\ ;\ 10\ ;\ 7\ ;\ x\ ;\ 7\ ;\ \ldots$

2.1.1 Bereken die waarde van x. (3)

2.1.2 Bepaal die n^de^ term van die patroon hierbo. (4)

2.1.3 Bereken die waarde van die 50^ste^ term van die patroon. (2)

2.2 In ’n rekenkundige reeks is die sewende term 34 en die vyftiende term is 74.

2.2.1 Bepaal die gemeenskaplike verskil van die reeks. (3)

2.2.2 Bepaal die som van die eerste 40 terme van die reeks. (3)

2.2.3 Skryf die som tot 40 terme in sigma-notasie. (2)

2.3 ’n Meetkundige reeks het ’n algemene term, $T_k = \dfrac{3^k}{15}$

2.3.1 Skryf die algemene term in die vorm $T_k = a.r^{k-1}$ (2)

2.3.2 Bepaal die waarde van n, as $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{3^k}{15}\right) = 24\frac{1}{5}$ (4)

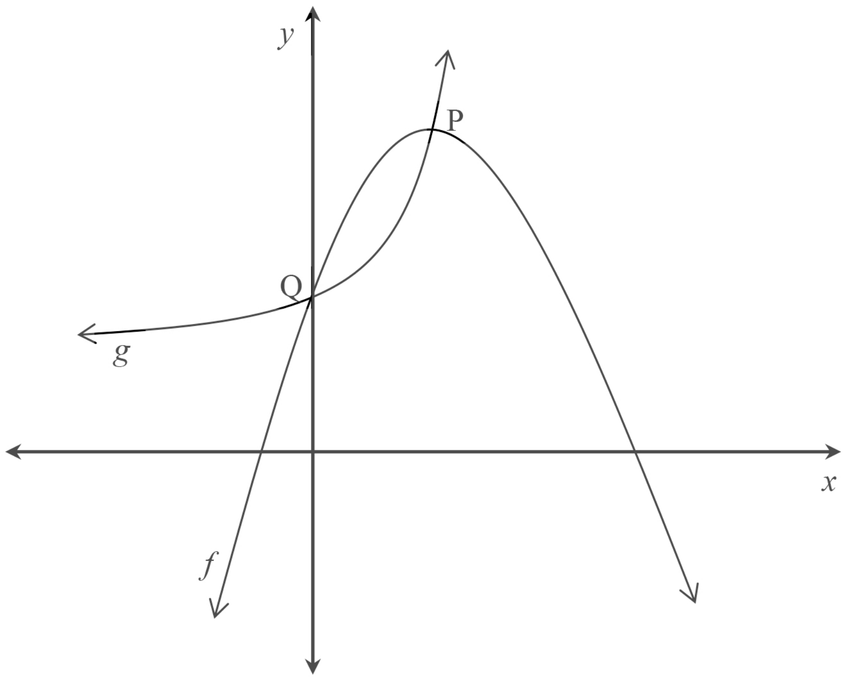
2.3.3 Is hierdie ’n konvergerende reeks? Gee ’n rede. (2)

2.4 Bewys, sonder die gebruik van ’n sakrekenaar, dat $P = 9^{\frac{1}{3}} \times 9^{\frac{1}{9}} \times 9^{\frac{1}{27}} \times \ldots$ tot oneindigend gelyk aan 3 is. (4)

[29]

VRAAG 3

3.1 Die diagram hieronder stel die grafieke van $f(x)=a(x-2)^2+4$ en $g(x)=b^x$ voor. Die grafieke by P, die draaipunt van f en by Q die y-afsnit van beide f en g.



3.1.1 Skryf die koördinate van P en Q neer. (2)

3.1.2 Bepaal die waardes van a en b. (4)

3.1.3 Hoe kan die gebied van f beperk word sodat f^{-1} 'n funksie kan wees? (2)

3.1.4 Bepaal die maksimumwaarde van $h(x) = g[f(x)]$. (2)

3.2 Beskou die volgende twee funksies: $p(x) = x^2 + 1$ en $r(x) = x^2 + 2x$

3.2.1 Skryf die waardeversameling van p neer. (1)

3.2.2 Beskryf die transformasie vanaf p na r. (3)

[14]

VRAAG 4

Gegee die vergelyking van f, 'n hiperbool is, $f(x)=\dfrac{-3}{x+1}+5$, beantwoord die vrae wat volg.

4.1 Bereken die y-afsnit van f. (1)

4.2 Bereken die x-afsnit(te) van f. (2)

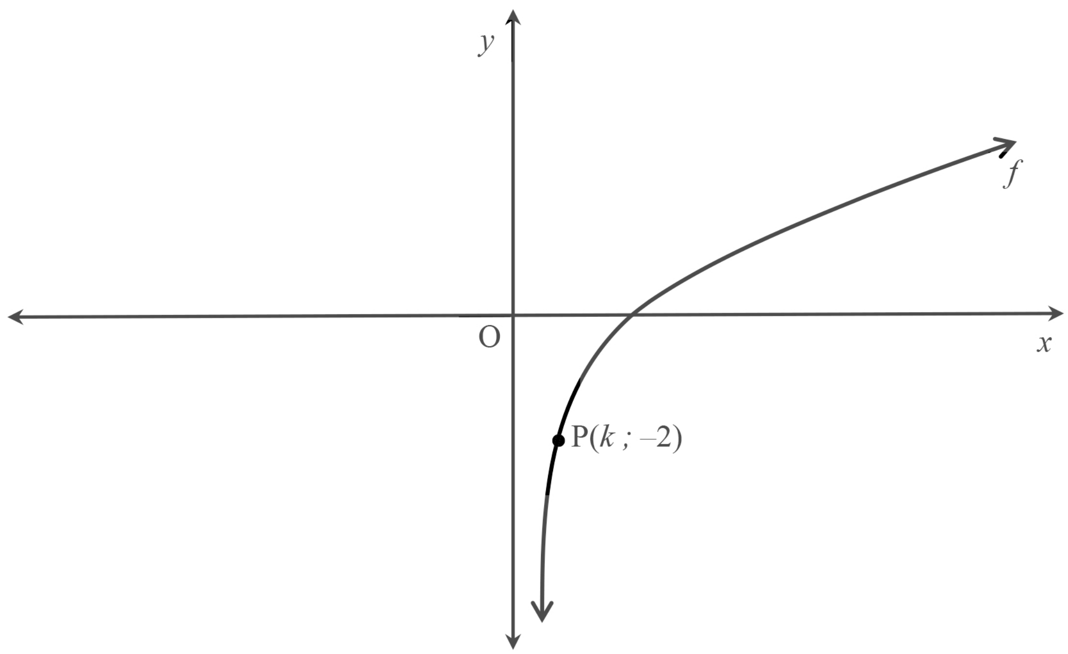
4.3 Skets die grafiek van f, toon die asimptote en die afsnitte met die asse duidelik aan. (3)

4.4 Skryf die vergelyking van die grafiek neer, wat gevorm word as die grafiek van f, 3 eenhede na regs geskuif word en daarna in die x-as gereflekteer word. (3)

[9]

VRAAG 5

Die diagram stel 'n sketsgrafiek van die funksie, $f(x)=\log_3 x$ voor, met P(k ; – 2) 'n punt op die kurwe.



5.1 Bepaal die vergelyking van f^{-1} in die vorm $f^{-1}(x)=\ldots$ (2)

5.2 Verduidelik hoe jy die grafiek van f sal gebruik om die grafiek van f^{-1} te skets. (2)

5.3 Vind die waarde van k. (2)

5.4 Los, vervolgens of andersins, op vir x, as $\log_3 x<-2$ (2)

5.5 Vir watter waarde(s) van x, sal $f(x).f'(x)\geq 0$ wees? (2)

[10]

VRAAG 6

6.1 Rente op ’n kredietkaart word kwoteer as 23% p.j. maandeliks saamgestel. Wat is die effektiewe jaarlikse rentekoers? Gee jou antwoord korrek tot twee desimale plekke. (3)

6.2 Mary was pas by die bank om al haar spaargeld te onttrek, en tot haar verbasing het sy R15 768,39 oor die laaste 10 jaar gespaar. As die rente teen 4,38% per jaar kwartaaliks saamgestel bereken was, hoeveel geld het Mary oorspronklik by die bank belê? (3)

6.3 ’n Maatskappy het ’n nuwe voertuig vir R200 000 gekoop. Die voertuig se waarde het tot R50 710,00 verminder teen ’n koers van 24% p.j. op die balans-verminderingsmetode. Die maatskappy wil die voertuig met ’n nuwe een vervang. Die onkoste om die voertuig te vervang vermeerder met 18% p.j. jaarliks saamgestel. Bereken:

6.3.1 Hoe lank dit geneem het vir die voertuig se waarde om tot R50 710,00 te verminder (4)

6.3.2 Die koste van ’n nuwe voertuig om die ou een te vervang (2)

6.3.3 Die totale bedrag benodig as die ou voertuig verkoop word en die opbrengs bydrae tot die nuwe voertuig (1)

[13]

VRAAG 7

7.1 Bereken die afgeleide van $f(x) = 1 - 3x^2$ vanuit eerste beginsels. (4)

7.2 Bepaal $\frac{dy}{dx}$ as $y = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2$ (3)

7.3 Bepaal die koördinate van die punt op die grafiek van $y = 3x^2 - 2x + 1$ waar die gradiënt 4 is. (4)

[11]

VRAAG 8

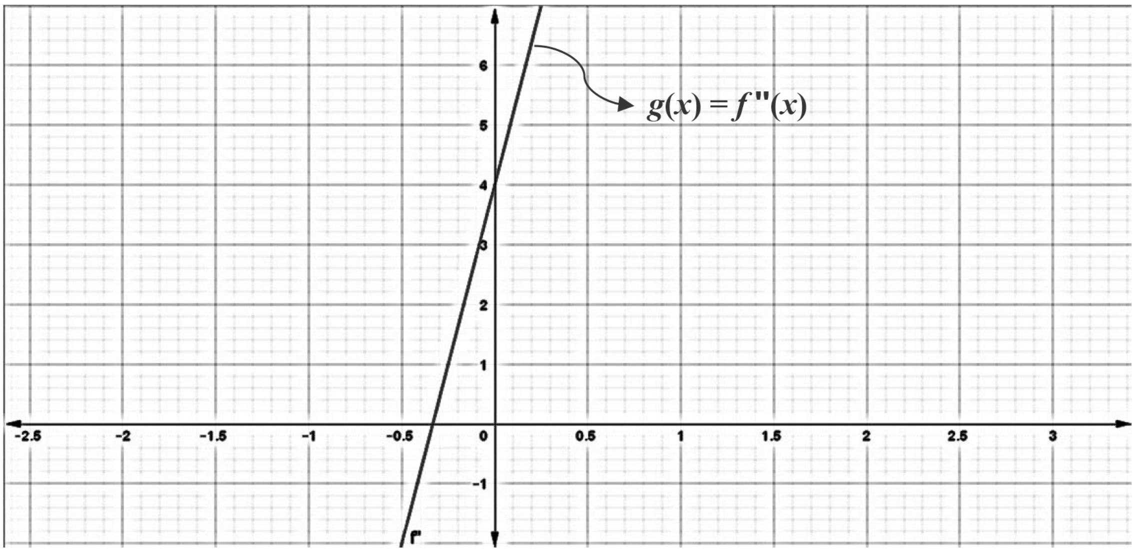
8.1 Die funksie, $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, stel 'n derdegraadse grafiek voor. Die x-afsnitte van die grafiek is $(-2;0)$, $\left(\frac{2}{3};0\right)$ en $(3;0)$. Die punte $P(x;y)$ en $Q(2;-16)$ is die draaipunte van f.

8.1.1 Toon aan dat die vergelyking van f deur $f(x) = 3x^3 - 5x^2 - 16x + 12$ gegee word. (5)

8.1.2 Bepaal die koördinate van P, die lokale maksimum van f. (4)

8.1.3 Teken die grafiek van f, toon duidelik die draaipunte en die afsnitte met die asse aan. (4)

8.2 Gegee: $f(x) = \mathrm{a}x^3 + \mathrm{b}x^2 + 3x + 3$ en $g(x) = f''(x)$ waar $g(x) = 12x + 4$



8.2.1 Bepaal die waardes van a en b. (2)

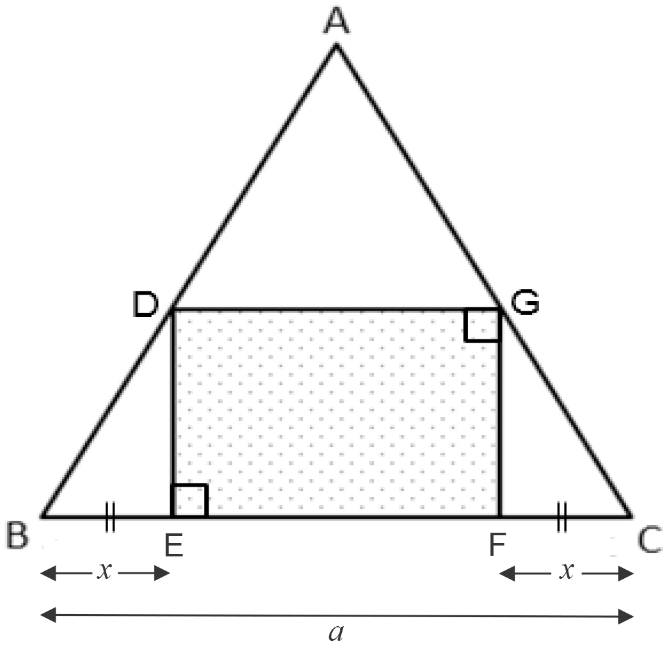
8.2.2 Vir watter waarde(s) van x, sal $f'(x)$ stygend wees? (2)

8.2.3 Bespreek die konkawiteit van f vir alle $x \in R$. (2)

[19]

VRAAG 9

In die skets is Δ ABC ʼn gelyksydige driehoek met BC = ***a*** eenhede.
DEFG is ʼn reghoek. BE = FC = ***x*** eenhede.



9.1 Bewys dat die oppervlakte van die reghoek, $A = \sqrt{3}ax - 2\sqrt{3}x^2$ is. (4)

9.2 Bepaal, in terme van ***a***, die maksimum oppervlakte van die reghoek. (5)
[9]

VRAAG 10

10.1 Die sport-onderwyser by 'n skool het data ge-analiseer om te bepaal hoeveel leerlinge sport speel, asook die geslag van elke elke leerling. Die data word in die tabel hieronder voorgestel.

	Speel nie sport nie (nie S)	**Speel sport (S)**	**Totaal**
Manlik (M)	51	69	120
Vroulik (V)	49	67	116
Totaal	100	136	236

10.1.1 Bepaal die waarskynlikheid dat leerder wat willekeurig/ewekansig gekies word vroulik is en sport speel. (1)

10.1.2 Is die gebeurtenisse "manlik" en "speel nie sport nie" onafhanklik? Toon ALLE berekeninge om jou antwoord te staaf. (4)

10.2 In 'n sak, is daar x blou balle en 2 rooi balle. 'n Bal word ewekansig gekies, die kleur word aangeteken en word dan teruggeplaas. Nog 'n bal word ewekansig gekies, die kleur word aangeteken en word dan teruggeplaas. Die waarskynlikheid dat die twee balle verskillende kleure is, is 0,375.

10.2.1 Teken 'n boomdiagram van die bostaande scenario. (3)

10.2.2 Bepaal, vervolgens, die waarde van x. (3)

[11]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1+ni)$ $\quad A = P(1-ni)$ $\quad A = P(1-i)^n$ $\quad A = P(1+i)^n$

$T_n = a + (n-1)d$ $\quad S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$

$T_n = ar^{n-1}$ $\quad S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r-1}$; $\quad r \neq 1$ $\quad S_\infty = \frac{a}{1-r}$; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$ $\quad P = \frac{x[1-(1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\quad \mathrm{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2} ; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad m = \tan\theta$

$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

In ΔABC:

$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ $\quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$ $\quad area\Delta ABC = \frac{1}{2}ab.\sin C$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\quad \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\quad \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$ $\quad \sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ $\quad \partial^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}$ $\quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ $\quad P\,(A\ of\ B) = P\,(A) + P\,(B) - P$

$(A\ en\ B)$

$\hat{y} = a + bx$ $\quad b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$