

**NASIONALE  
SENIOR SERTIFIKAAT**

**GRAAD 12**

**SEPTEMBER 2019**

**TEGNIESE WISKUNDE V1**

**PUNTE: 150**

**TYD: 3 uur**



---

Hierdie vraestel bestaan uit 14 bladsye, 'n inligtingsblad en 2 diagramblaaie.

---

**INSTRUKSIES EN INLIGTING**

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vraestel beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae.
3. Toon duidelik ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy in die bepaling van jou antwoorde gebruik het.
4. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.
5. Indien nodig, moet ALLE antwoorde tot TWEE desimale plekke afgerond word, tensy anders vermeld.
6. Nommer jou antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
9. Diagramblaaie vir VRAAG 3.4 en VRAAG 8.1.5 is ingesluit. Skryf jou naam in die voorsiene spasie en handig dit saam met jou ANTWOORDEBOEK in.
10. Skryf netjies en leesbaar.

**VRAAG 1**

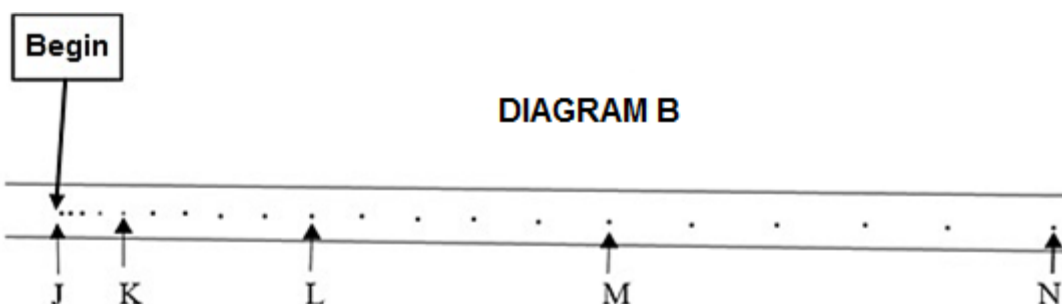
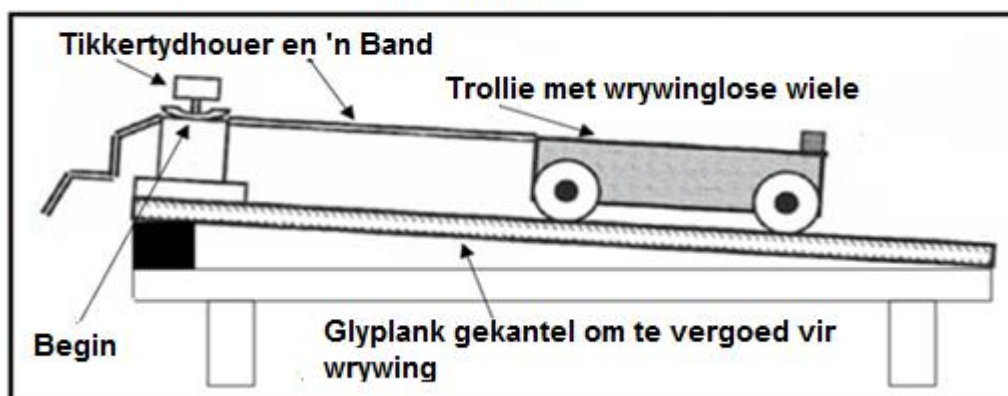
1.1 Los op vir  $x$ :

1.1.1  $x(x - 5) = 6$  (4)

1.1.2  $-2x^2 - 4x - 1 = 0$  (korrek tot EEN desimale plek) (3)

1.1.3  $x^2 \left(1 - \frac{2}{x}\right) > 0$ , stel jou oplossing ook op 'n getallelyn voor. (4)

1.2 Diagram A hieronder toon 'n tikkertydhouer, 'n band en 'n trollie.  
Diagram B toon die boaansig van die band met die resultate van die tikkertydhouer op die band, aangedui met kolletjies.

**DIAGRAM A**

- Elke kolletjie op die band stem ooreen met EEN sekonde verloop van die tikker.
- 5 kolletjies interval word aangedui by punte K, L, M en N vanaf beginposisie, J, in Diagram B.

1.2.1 Hoeveel sekondes is deur die tikker op die band vanaf J tot N aangeteken? (1)

1.2.2 Herlei die tyd vanaf J tot N na uur. (1)

1.2.3 Vervolgens, druk die ure in **VRAAG 1.2.2** in **wetenskaplike notasie** uit. (1)

1.3 Los die volgende vergelykings gelyktydig op:

$$\frac{x}{y} = 2 \quad \text{en} \quad x^2 + xy + y = 2 \quad (6)$$

1.4 Gegee:

$$2x^2 + bx + c = 0$$

1.4.1 As  $a = \frac{1}{2}b$  en  $b = \frac{1}{2}c$ , bereken die waardes van  $b$  en  $c$ . (2)

1.4.2 Vervolgens, sonder om die vergelyking op te los, beskryf die aard van die wortels van  $2x^2 + bx + c = 0$ . (2)

1.5 Skryf 41 as 'n binêre getal. (2)  
[26]

## VRAAG 2

2.1 Vereenvoudig die volgende SONDER die gebruik van 'n sakrekenaar:

2.1.1 
$$\frac{3 \cdot 2^{x+3} - 2 \cdot 6^{x+1}}{2^{x+4} - 8 \cdot 6^x} \quad (4)$$

2.1.2 
$$\frac{\log\left(\frac{1}{8}\right)}{\log 32} \quad (3)$$

2.2 Gegee:

$$x = \sqrt{2} \quad \text{en} \quad y = \sqrt{3}$$

Bepaal, sonder die gebruik van 'n sakrekenaar, die numeriese waarde van  $2(x - y)(x + y)$  (3)

2.3 Los op vir  $x$  as:

$$\left(3^{x+1} - 1\right) \left(3^{\frac{x}{2}} - 2\right) = 0 \quad (8)$$

2.4 Los op vir  $x$  en  $y$  as  $3x - 5yi = -3$  (3)

2.5 Skryf  $z = \sqrt{3} - 2i$  in die vorm  $r(\cos \theta + i \sin \theta)$  (6)  
[27]

**VRAAG 3**

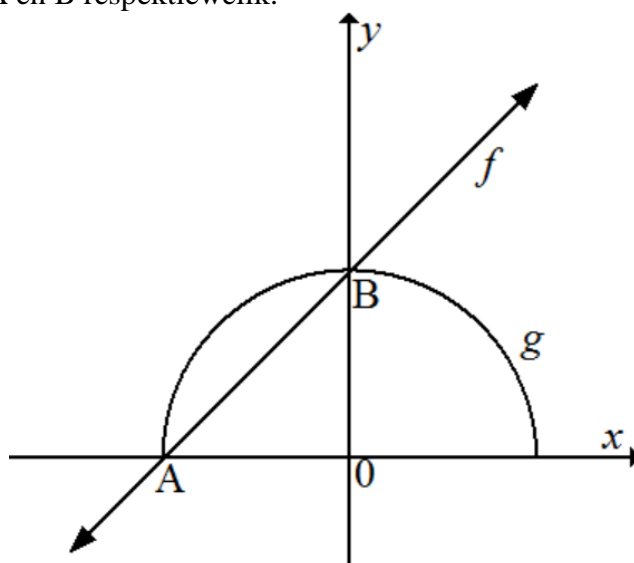
Gegee:

$$f(x) = 3^x - 4$$

- 3.1 Skryf neer die vergelyking van die asimptoot van  $f$ . (1)
- 3.2 Bepaal die  $x$ -afsnit van  $f$ . (3)
- 3.3 Bepaal die  $y$ -afsnit van  $f$ . (2)
- 3.4 Skets die grafiek van  $f$  op die ANTWOORDBLAD wat voorsien is. Toon duidelik alle asimptote en afsnitte met die asse. (3)
- 3.5 Skryf neer die waardeversameling van  $f$ . (1)
- [10]**

**VRAAG 4**

In die diagram hieronder getrek, is 'n lineêre funksie gedefinieer deur  $f(x) = x + 2$  en 'n semi-sirkel gedefinieer deur  $g(x) = \sqrt{r^2 - x^2}$ .  
 $f$  en  $g$  sny by punte A en B respektiewelik.



Bepaal:

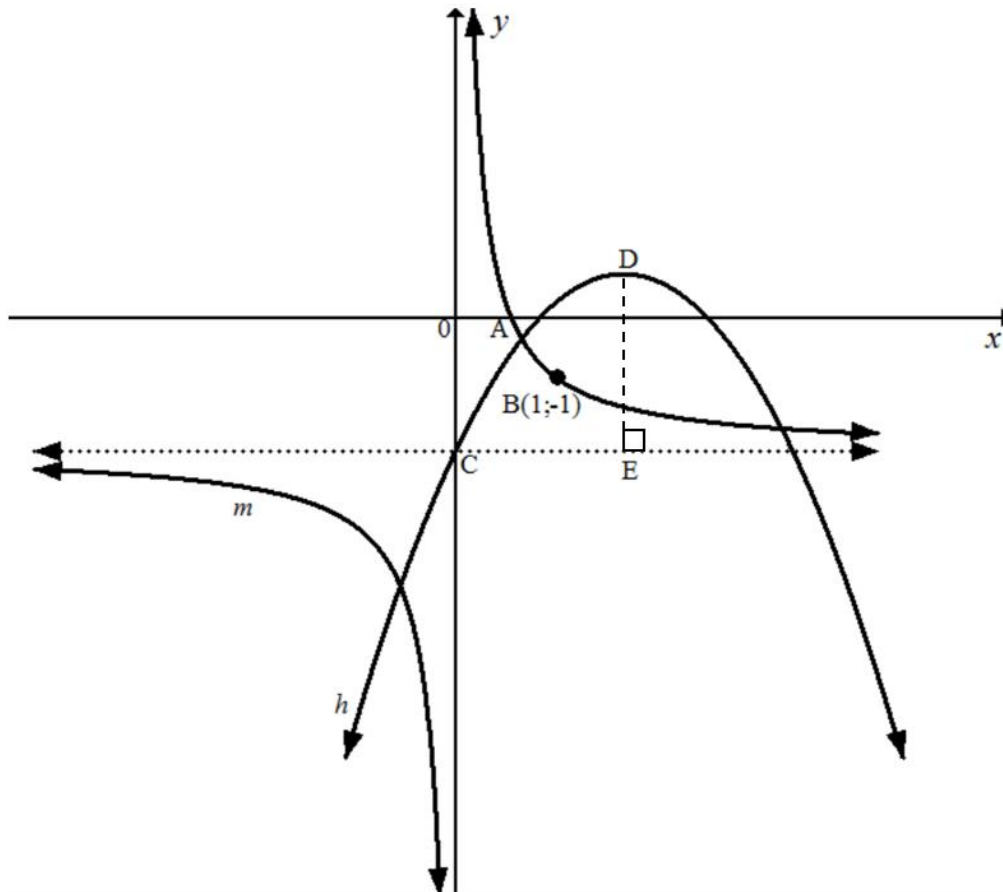
- 4.1 Die koördinate van punt B (1)
- 4.2 Die vergelyking van die semi-sirkel,  $g$  (2)
- 4.3 Die definisieversameling van  $g$  (2)
- 4.4 Die waarde(s) van  $x$  waarvoor  $f(x) < g(x)$  en  $f(x) > 0$  (2)
- [7]**

**VRAAG 5**

Die diagram hieronder toon skets grafieke van funksies gedefinieer deur  $m(x) = \frac{p}{x} + q$ ;  $x \neq 0$  en

$$h(x) = -x^2 + 4x - 3$$

A en B (1; -1) is punte op  $m(x)$  en  $h(x)$  sny die y-as by C.



- 5.1 Bepaal die koördinate van C, die y-as van  $h$ . (2)
- 5.2 Bepaal die waarde van  $p$ . (2)
- 5.3 Skryf neer die vergelyking van  $m(x)$  (1)
- 5.4 Bepaal die koördinate van D, die draaipunt van  $h$ . (4)
- 5.5 Bereken die lengte van DE. (2)

[11]

**VRAAG 6**

- 6.1 Bepaal die effektiewe rentekoers, maandeliks saamgestel, as die nominale rentekoers 6,2% per jaar is. (3)
- 6.2 'n Meulmasjien verloor sy waarde op 'n reguitlyn-vermindering tot R40 000 na 3 jaar. As die verminderingskoers 10% p.j. is, bepaal die oorspronklike kosprys van die masjien. (4)
- 6.3 Water Boorprojek belê R280 000 vir 10 jaar in 'n rekening om 'n boorgatboormasjien kontant te koop, soos in die prent hieronder getoon.



- Die belegging akkumuleer rentekoers van 10% per jaar, half-jaarliks saamgestel vir die eerste 6 jaar van die belegging.
- Na 6 jaar onttrek die maatskappy R150 000 vanuit die beleggingsrekening.
- Die rentekoers verminder vanaf 10 % tot 7% per jaar saamgestelde rente vir die res van die 4 jaar op die belegging.
- Die kosprys van 'n boorgatboormasjien word geskat op R450 000 na 10 jaar.

Bereken hoeveel geld in die beleggingsrekening na 10 jaar sal wees.

(6)  
[13]

**VRAAG 7**

7.1 Bepaal die afgeleide van  $f(x) = -2x + 2$  deur gebruik te maak van **eerste beginsels**. (5)

7.2 Evalueer:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2} \quad (3)$$

7.3 Bepaal:

7.3.1  $\frac{dy}{dx}$  as  $y = -\frac{3}{5x^2} - 2x^2 + 2x$  (4)

7.3.2  $D_x \left( \sqrt[3]{x^2} - 2x^{-3} - 4 \right)$  (3)

**[15]**

**VRAAG 8**

8.1 Gegee:  $f(x) = (1 - 2x)(x^2 - 4)$

8.1.1 Skryf neer die y-afsnit van  $f$ . (1)

8.1.2 Bepaal die x-afsnitte van  $f$ . (3)

8.1.3 Skryf  $f(x)$  in die vorm van  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  (1)

8.1.4 Een van die draaipunte van  $f$  is  $(-1; -9)$ . Bepaal die koördinate van die ander draaipunt van  $f$ . (5)

8.1.5 Op die ANTWOORDBLAD wat voorsien is, skets die grafiek van  $f$ . Toon duidelik alle koördinate van die draaipunte en afsnitte met die asse aan. (4)

8.2 Bepaal die waarde(s) van  $a$ , as die gemiddelde gradiënt van  $g(x) = 2x^2 - x - 3$  9 is tussen  $x = a$  en  $x = 4$ . (5)

**[19]**



**VRAAG 9**

'n Motoris maak sy petroltenk vol tot kapasiteit by 'n vulstasie, om 'n rit te onderneem wat 'n minimum van 25 ℓ brandstof benodig.

Toe hy die vulstasie verlaat, stamp hy ongelukkig die hoeksteen van die sypaadjie wat 'n lek in die petroltenk veroorsaak.

Die prent hieronder toon die beskadigde petroltenk van die motor.



Die vergelyking,  $V(t) = t^2 - 9t + 35$  verteenwoordig die hoeveelheid petrol verloor oor tyd ( $t$ ) in minute.

Bepaal:

- 9.1 Die hoeveelheid petrol in die tenk voor die lekkasie (2)
- 9.2 Die hoeveelheid petrol wat na 1 minuut uitgelek het (2)
- 9.3 Die tyd wat dit geneem het vir die maksimum petrol om uit die tenk te lek (3)
- 9.4 Die maksimum hoeveelheid petrol wat uitgelek het (2)

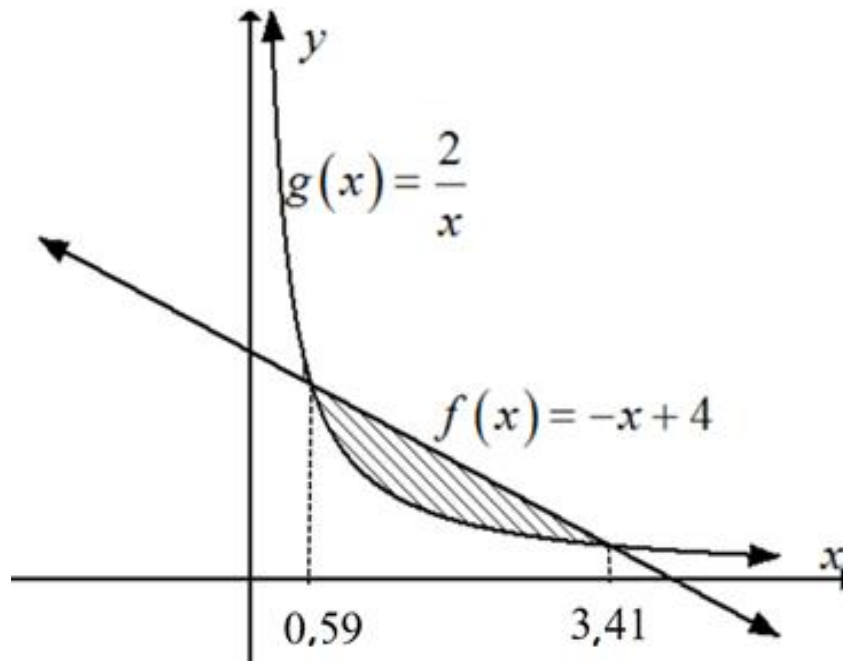
**[9]**

**VRAAG 10**

10.1 Bepaal die integraal:

$$\int \left( x^2 + \frac{3}{x} - 1 \right) dx \quad (4)$$

10.2 Die grafiek van  $f$  en  $g$  gedefinieer deur  $f(x) = -x + 4$  en  $g(x) = \frac{2}{x}$  respektiewelik, sny by  $x = 0,59$  en  $x = 3,41$ , soos in die diagram hieronder getoon.



10.2.1 Bepaal die oppervlakte begrens deur die grafiek van  $f(x) = -x + 4$  en die  $x$ -as, tussen  $x = 0,59$  en  $x = 3,41$ . (6)

10.2.2 As dit gegee word dat die begrensde oppervlakte deur die grafiek  $g$  en die  $x$ -as, tussen  $x = 0,59$  en  $x = 3,41$  gelyk is aan 3,51 vierkante eenhede, bereken die **gestreepte oppervlakte** tussen die grafieke van  $f$  en  $g$ . (3)  
[13]

**TOTAAL: 150**

## INLICHTINGSBLAD: TEGNIJSE WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$$y = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b, \quad a > 0, a \neq 1 \text{ en } b > 0$$

$$A = P(1 + ni) \quad A = P(1 - ni) \quad A = P(1 - i)^n \quad A = P(1 + i)^n \quad i_{eff} = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m - 1$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \quad n \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C, \quad x > 0$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, \quad a > 0$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c \quad y - y_1 = m(x - x_1) \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad m = \tan \theta \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\text{In } \triangle ABC: \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{Oppervlakte van } \triangle ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \quad 1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta \quad \cot^2 \theta + 1 = \operatorname{cosec}^2 \theta \quad \pi \text{ rad} = 180^\circ$$

Hoeksnelheid  $= \omega = 2\pi n = 360^\circ n$       waar  $n$  = rotasiefrekwensie

Omtreksnelheid  $= v = \pi D n$       waar  $D$  = middellyn en  $n$  = rotasiefrekwensie

$s = r\theta$       waar  $r$  = radius en  $\theta$  = sentrale hoek in radiale

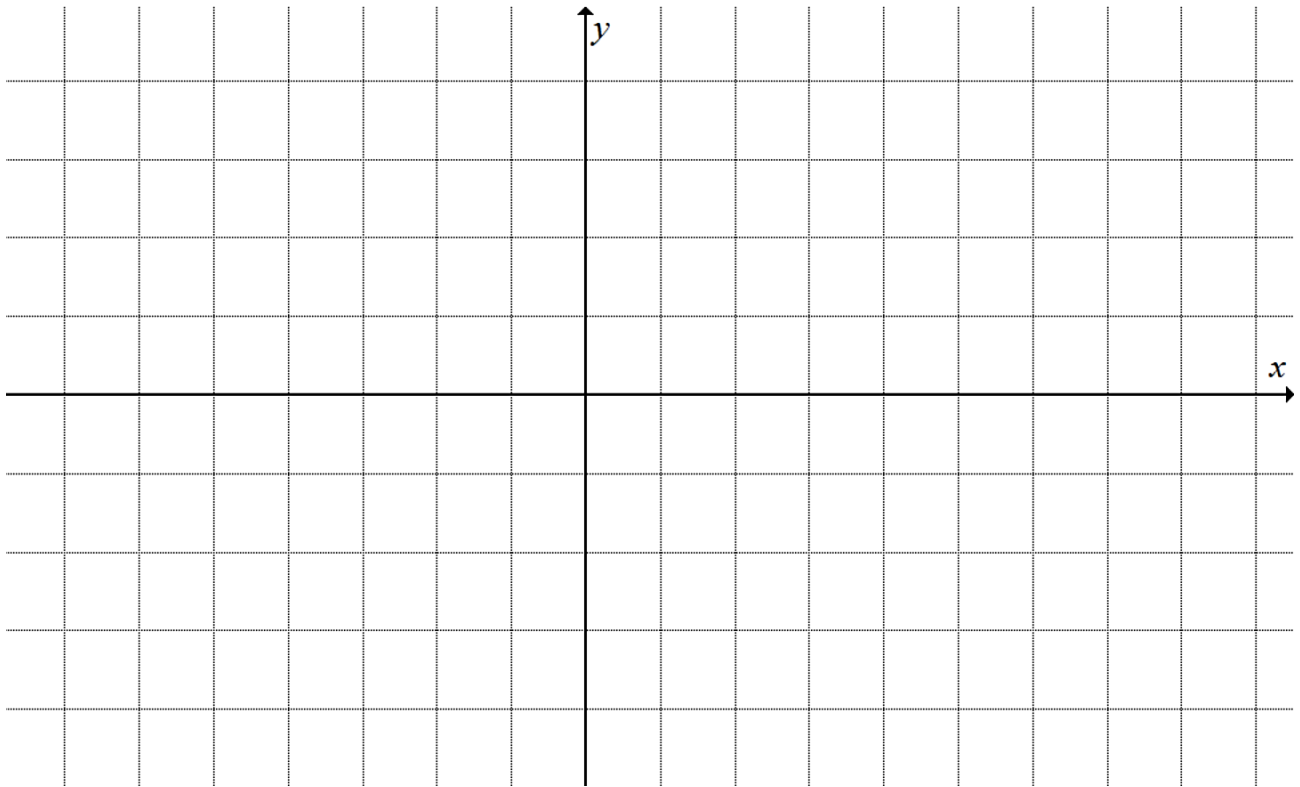
Oppervlakte van sektor  $= \frac{rs}{2} = \frac{r^2\theta}{2}$       waar  $r$  = radius,  $s$  = booglengte en  
 $\theta$  = sentrale hoek in radiale

$4h^2 - 4dh + x^2 = 0$       waar  $h$  = hoogte van segment,  $d$  = middellyn van sirkel en  
 $x$  = lengte van koord

$A_T = a(m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n)$       waar  $a$  = gelyke dele,  $m_1 = \frac{o_1 + o_2}{2}$   
 en  $n$  = aantal ordinate

**OF**

$A_T = a \left( \frac{o_1 + o_n}{2} + o_2 + o_3 + o_4 + \dots + o_{n-1} \right)$       waar  $a$  = gelyke dele,  $o_i = i^{de}$  ordinaat en  
 $n$  = aantal ordinate

**ANTWOORDBLAD****NAAM:** .....**SKOOL:** .....**VRAAG 3.4**



**ANTWOORDBLAD**

NAAM: .....

SKOOL: .....

**VRAAG 8.1.5**