



Province of the
EASTERN CAPE
EDUCATION

**NASIONALE
SENIOR SERTIFIKAAT**

GRAAD 12

SEPTEMBER 2021

TEGNIESE WISKUNDE V2

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 13 bladsye insluitend 'n inligtingsblad.

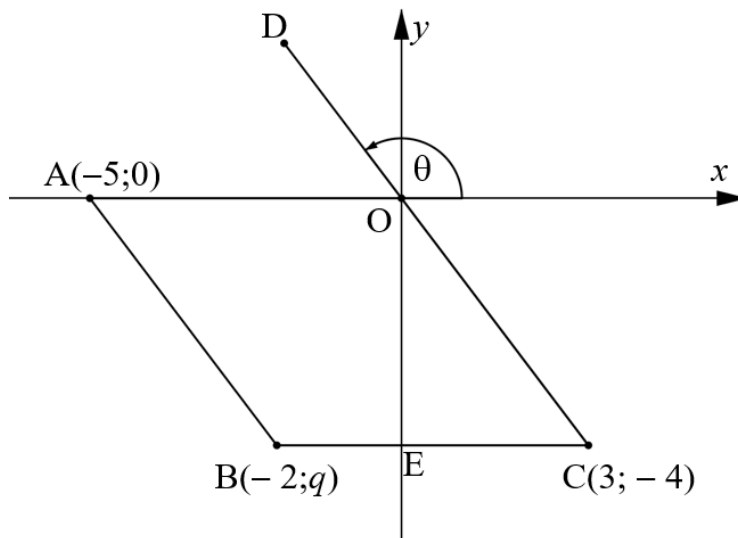
INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies noukeuring voordat jy die vrae beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit ELF vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die voorsiene SPESIALE ANTWOORDEBOEK.
3. Toon duidelik ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy gebruik het om die antwoorde te bepaal.
4. Slegs antwoorde sal NIE noodwendig volpunte toegeken word NIE.
5. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.
6. Indien nodig, rond jou antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

In die diagram hieronder is $A(-5; 0)$, $B(-2; q)$, $C(3; -4)$ en D punte op die Kartesiese vlak. $AO \parallel BC$ en die inklinasie van DC is θ . BC sny die y-as by E.



Bepaal:

- 1.1 Die waarde van q (1)
- 1.2 Die lengte van AB (2)
- 1.3 Die grootte van θ (3)
- 1.4 Die tipe vierhoek wat deur ABCO voorgestel word (4)

[10]

VRAAG 2

- 2.1 Beskou die vergelykings van die sirkel $x^2 + y^2 = 25$ en die reguitlyn $y - x - 1 = 0$

Bepaal:

- 2.1.1 Die koördinate van die snypunte van die sirkel en die reguitlyn (7)
- 2.1.2 Of die punt $(3; 2)$ binne, buite of op die sirkel lê (3)
- 2.1.3 Die vergelyking van die raaklyn aan die sirkel by punt $(-4; 3)$ in die vorm $y = \dots$ (4)
- 2.2 Skets die grafiek van die ellips $36x^2 + 49y^2 = 1\,764$ op die voorsiene rooster in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK. (4)

[18]

VRAAG 3

- 3.1 Indien $\hat{A} = 210,5^\circ$ en $\hat{B} = 122,3^\circ$, bepaal die waardes van die volgende, korrek tot EEN desimale plek:

$$3.1.1 \quad \tan 4B + \frac{2}{3} \cos\left(\frac{A}{4}\right) \quad (2)$$

$$3.1.2 \quad \operatorname{cosec}\left(\frac{A}{3} + 2B\right) \quad (3)$$

- 3.2 Beskou $12\tan A = 5$ en $90^\circ < \hat{A} < 360^\circ$

Bepaal die waarde van die volgende, sonder die gebruik van 'n sakrekenaar:

$$3.2.1 \quad \operatorname{cosec}^2 A \quad (5)$$

$$3.2.2 \quad \sec A - \sin A \quad (3)$$

$$3.2.3 \quad \text{Bepaal die grootte van } \hat{A}, \text{ met die gebruik van 'n sakrekenaar} \quad (3)$$

[16]**VRAAG 4**

- 4.1 Vereenvoudig:

$$\frac{\sin(\pi - x) \cdot \operatorname{cosec}(2\pi - x) \cdot \tan(\pi + x)}{\sec(2\pi - x) \cdot \cos(2\pi - x)} \quad (8)$$

- 4.2 Bewys die identiteit:

$$\frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta} - \tan \theta = \sec \theta \quad (5)$$

[13]

VRAAG 5

Gegee $f(x) = \sin(x - 30^\circ)$ en $g(x) = \cos 3x$ vir $x \in [0^\circ; 180^\circ]$

- 5.1 Gebruik die gegewe assestelsel in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK en skets die kurwes van f en g vir $x \in [0^\circ; 180^\circ]$. Wys duidelik ALLE afsnitte met die asse, die koördinate van die draaipunte en die eindpunte van beide kurwes. (6)

- 5.2 Gebruik die getekende grafieke van VRAAG 5.1, of andersins, bepaal die volgende:

- 5.2.1 Die periode van g (1)

- 5.2.2 Die waarde(s) van $x \in [0^\circ; 180^\circ]$ waarvoor:

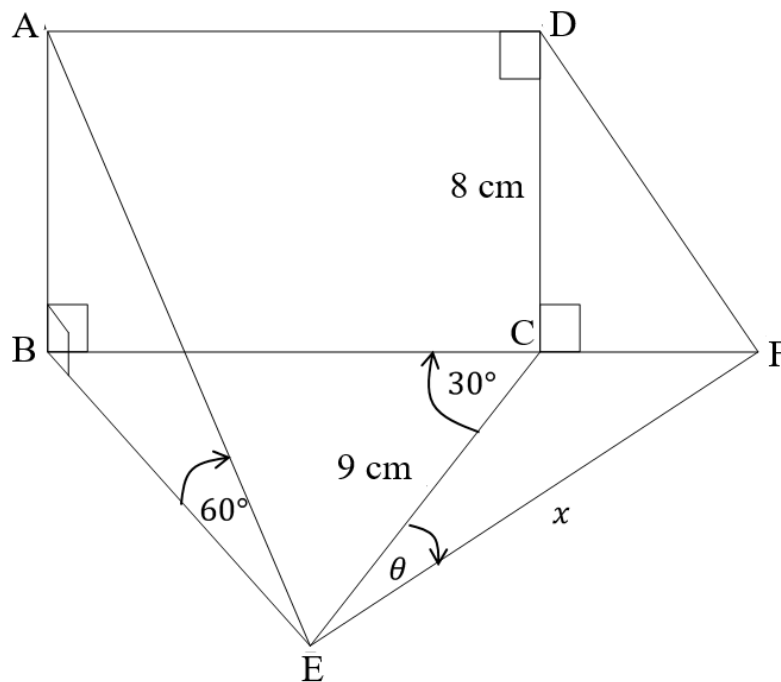
(a) $f(x) = g(x)$ (2)

(b) $f(x) \cdot g(x) \geq 0$ (2)

[11]

VRAAG 6

Die onderstaande diagram toon 'n vertikale reghoek, ABCD. B, E, F en C is op dieselfde horisontale vlak. $AB \perp BE$, $DC \perp BF$, $\widehat{BEA} = 60^\circ$, $\widehat{BCE} = 30^\circ$, $DC = 8 \text{ cm}$ en $EC = 9 \text{ cm}$. $EF = x$ en $\widehat{CEF} = \theta$. B, C en F is kolinêr.



- 6.1 Skryf die lengte van AB, meld rede neer. (2)
- 6.2 Bepaal die lengte van BE, rond tot die naaste heelgetal af. (2)
- 6.3 Bepaal die grootte van \widehat{EBC} , rond tot die naaste grade af. (3)
- 6.4 Bepaal die oppervlakte van $\triangle BCE$. (3)
- 6.5 Bepaal die lengte van CF, tot die naaste heelgetal, indien $\theta = 25^\circ$ en $x = 10 \text{ cm}$. (3)

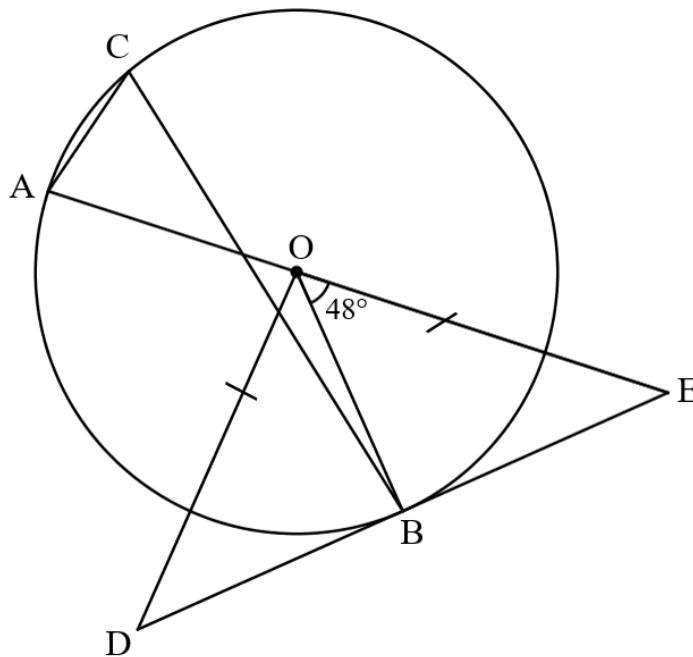
[13]

VRAAG 7

7.1 Voltooi die volgende stelling:

“Die hoek wat ’n koord by middelpunt van die sirkel onderspan is ...” (1)

7.2 Die diagram hieronder toon ’n sirkel met middelpunt O . A , B en C is punte op die omtrek van die sirkel. $OD = OE$ en $\widehat{BOE} = 48^\circ$. DE is ’n raaklyn by B .



Bepaal, met redes, die grootte van die volgende hoeke:

7.2.1 \widehat{AOB} (1)

7.2.2 \widehat{C} (2)

7.2.3 \widehat{AED} (3)

7.2.4 \widehat{AOD} (2)

7.2.5 As die middellyn van die sirkel 10 cm is en $OE = 7$ cm, bepaal die lengte van BE . (3)

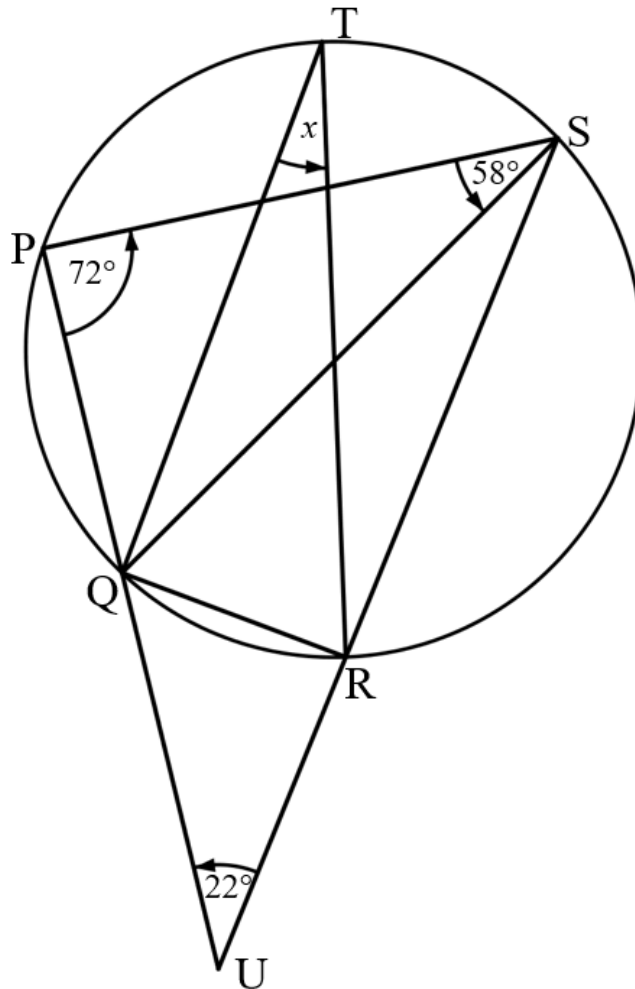
[12]

VRAAG 8

8.1 Voltooi die volgende stelling:

“Die teenoorstaande hoeke van ’n koordevierhoek is ...” (1)

8.2 Sirkel PQRST is hieronder geteken. $\widehat{PSQ} = 58^\circ$, $\widehat{P} = 72^\circ$, $\widehat{U} = 22^\circ$ en $\widehat{T} = x$.



8.2.1 Skryf neer, met redes, die groottes van die volgende hoeke in terme van x :

a) \widehat{QSR} (2)

b) \widehat{PQR} (3)

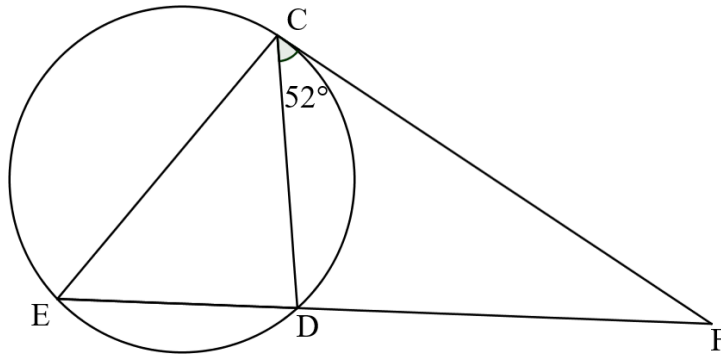
8.2.2 Bepaal die waarde van x . (2)

[8]

VRAAG 9

9.1 Noem TWEE voorwaardes vir driehoeke om gelykvormig te wees. (2)

9.2 In die diagram hieronder is C, E, en D punte op die omtrek van die sirkel. CF is 'n raaklyn aan die sirkel by C. $\widehat{FCD} = 52^\circ$.



9.2.1 Bewys dat $\triangle CDF \parallel \triangle ECF$. (4)

9.2.2 Vervolgens, wys dat $CF^2 = EF \cdot FD$ (2)

9.2.3 Indien $EF = 15$ cm en $ED = 6$ cm, bepaal die lengte van CF tot die naaste heelgetal. (4)

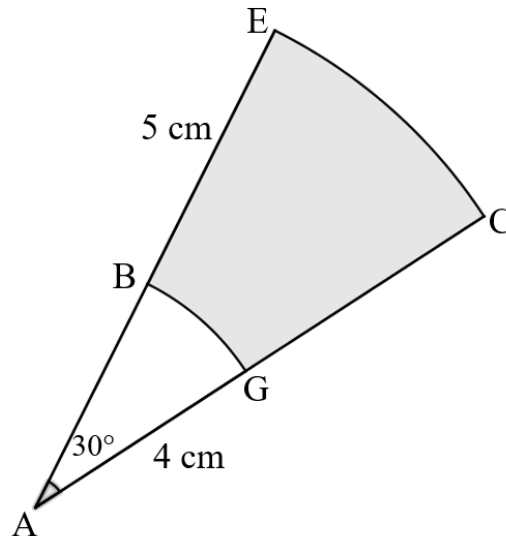
9.2.4 Bepaal $CD : EC$ in eenvoudigste vorm. (2)

9.2.5 Indien dit verder gegee word dat $\widehat{ECD} = 44^\circ$, verduidelik of CE 'n middellyn van die sirkel is. (2)

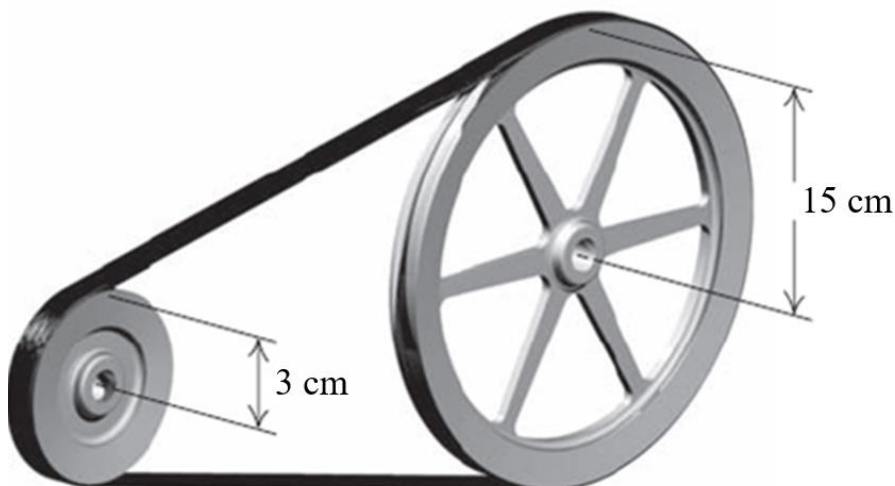
[16]

VRAAG 10

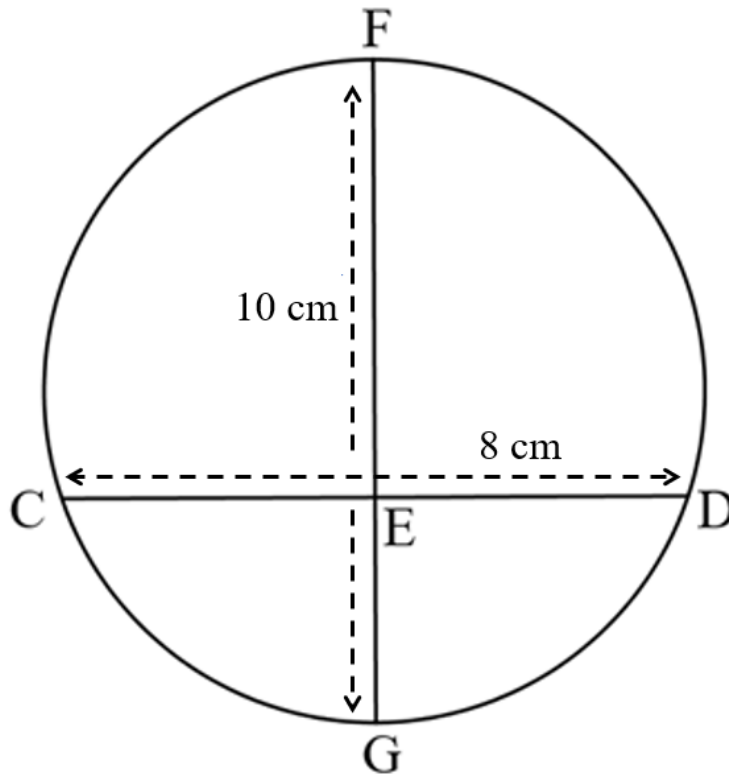
- 10.1 In die diagram hieronder is EC en BG booglengtes, van die sirkelsegment, met verskillende radii. Beide onderspan 'n hoek van 30° . Die radii, AG, van die kleiner sektor is 4 cm en BE is 5 cm.



- 10.1.1 Herlei \hat{A} na radiale. (2)
- 10.1.2 Bepaal die booglengte van BG. (3)
- 10.1.3 Bepaal die oppervlakte van die sektor AEC. (3)
- 10.1.4 Vervolgens, bepaal die oppervlakte van die gearseerde gedeelte BECG. (4)
- 10.2 Twee katrolle word deur 'n band verbind sodat een katrol draai. Die lineêre snelheid van die band en albei katrolle is dieselfde. Die radius van die kleiner katrol is 3 cm en die radius van die groter katrol is 15 cm. Die kleiner katrol draai teen 120 omwentelings per minuut.



- 10.2.1 Bepaal die hoeksnelheid van die kleiner katrol. (3)
- 10.2.2 Vervolgens, bepaal die lineêre snelheid van die kleiner katrol. (3)
- 10.2.3 Vervolgens, bepaal die hoeksnelheid van die groter katrol. (3)
- 10.3 In die onderstaande diagram is FG die deursnee van die sirkel, met 'n lengte van 10 cm. CD is 'n koord van die sirkel met 'n lengte van 8 cm. CD verdeel die sirkel in twee segmente.

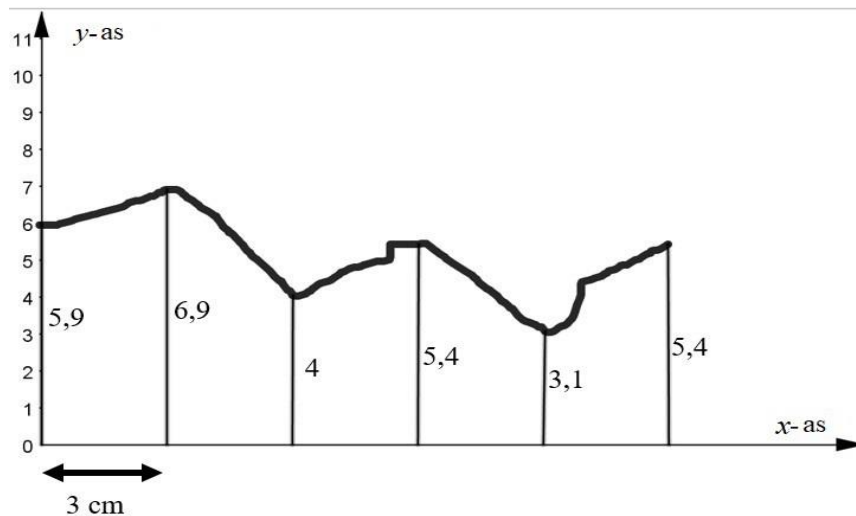


Bepaal die hoogte van die kleiner segment.

(5)
[26]

VRAAG 11

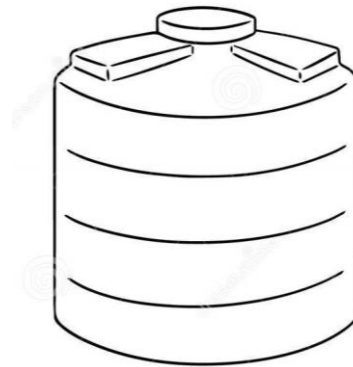
11.1 Beskou die onreëlmatige figuur hieronder.



Bepaal die oppervlakte van die figuur deur van die middelpunt reël gebruik te maak.

(4)

11.2 Mnr. Hlazo wil reënwater van sy dak af, in 'n silindriese tenk opvang, om sy tuin te besproei. Die tenk moet geverf word. Die deursnee van die tenk is 1,85 m en die buitenste hoogte van die tenk is 2,5 m. Die tenk het 'n opening bo met 'n deursnee van 1 m.



Die volgende formules mag gebruik word:

Totale buite-oppervlakte van 'n silinder = $2\pi r^2 + 2\pi rh$

Volume van 'n silinder = $(\pi r^2) \times \text{hoogte}$

Bereken die oppervlakte van die silindriese tenk wat geverf moet word.

(3)

[7]

TOTAAL: 150

INLICHTINGSBLAD

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$$

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$$a > 0, a \neq 1 \text{ en } b > 0$$

$$y = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$i_{eff} = \left(1 + \frac{i^m}{m}\right)^m - 1$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \quad n \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln(x) + C, \quad x > 0$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, \quad a > 0$$

$$\pi \text{ rad} = 180^\circ$$

$$\text{Hoeksnelheid} = \omega = 2\pi n = 360^\circ n$$

waar n = omwentelingsfrequentie

$$\text{Omtreksnelheid} = v = \pi D n$$

waar D = middellyn en n = omwentelingsfrequentie

$$s = r\theta \quad \text{waar } r = \text{radius en } \theta = \text{middelpunthoek in radiale}$$

$$4h^2 - 4dh + x^2 = 0$$

waar h = hoogte van segment, d = middellyn van sirkel en x = koordlengte

$$\text{Oppervlakte van sektor} = \frac{rs}{2} = \frac{r^2\theta}{2}$$

waar r = radius, s = booglengte en θ = middelpunthoek in

Radiale

In $\triangle ABC$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{Area} = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$$

$$\cot^2 \theta + 1 = \text{cosec}^2 \theta$$

$$A_T = a \left(\frac{o_1 + o_n}{2} + o_2 + o_3 + o_4 + \dots + o_{n-1} \right)$$

waar a = wydte van gelyke dele, $o_i = i^{de}$ ordinaat en n = aantal ordinate

OF

$$A_T = a(m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n)$$

waar a = wydte van gelyke dele, $m_i = \frac{o_i + o_{i+1}}{2}$

en n = aantal ordinate; $i = 1; 2; 3; \dots; n-1$