



NASIONALE SENIORSERTIFIKAAT

GRAAD 12

JUNIE 2023

WISKUNDE V1

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 9 bladsye, insluitend 'n inligtingsblad.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vrae beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae. Beantwoord AL die vrae.
2. Toon ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik aan.
3. Volpunte sal nie noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word nie.
4. Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.
5. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
6. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
7. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van hierdie vraestel ingesluit.
8. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

1.1 Los op vir x :

1.1.1 $x^2 - 9 = 0$ (2)

1.1.2 $x - 5 + \frac{2}{x} = 0$ (korrek tot TWEE desimale plekke) (4)

1.1.3 $x = 1 + \sqrt{7 - x}$ (5)

1.1.4 $x^2 + 2x - 15 \geq 0$ (3)

1.2 Los gelyktydig vir x en y op in:

$$y + 2x = 3$$

$$y^2 - y = 3x^2 - 5x$$
 (6)

1.3 Vereenvoudig volledig, SONDER die gebruik van 'n sakrekenaar: $\sqrt[n]{\frac{10^n + 2^{n+2}}{5^{2n} + 4(5^n)}}$ (4)

[24]

VRAAG 2

- 2.1 Die volgende meetkundige reeks word gegee: $\frac{24}{x} + 12 + 6x + 3x^2 + \dots$
- 2.1.1 Bepaal die waarde van r , die gemene verhouding, in terme van x . (1)
- 2.1.2 Bepaal die waardes van x waarvoor die reeks konvergeer. (2)
- 2.1.3 Indien $x = 4$, bepaal die som van die reeks tot 15 terme. (3)
- 2.2 Bereken: $\sum_{n=1}^{\infty} 6(2)^{-n}$. (3)
- 2.3 Die som van die eerste n terme van 'n rekenkundige reeks word gegee deur $S_n = -n^2 + 8n$.
- 2.3.1 Bereken die som van die eerste 15 terme. (2)
- 2.3.2 Bereken die waarde van T_{15} . (2)
- 2.3.3 As die eerste term van die reeks 7 is, watter term van die reeks sal 'n waarde van -169 hê? (4)

[17]**VRAAG 3**

Beskou die volgende kwadratiese getalpatroon: 95 ; 72 ; y ; 32 ; . . .

- 3.1 Bepaal die waarde van y . (2)
- 3.2 As $y = 51$, bepaal die algemene term van die getalpatroon in die vorm $T_n = an^2 + bn + c$. (4)
- 3.3 Bepaal T_{22} . (1)
- 3.4 Watter term in die getalpatroon sal aan 1 040 gelyk wees? (4)

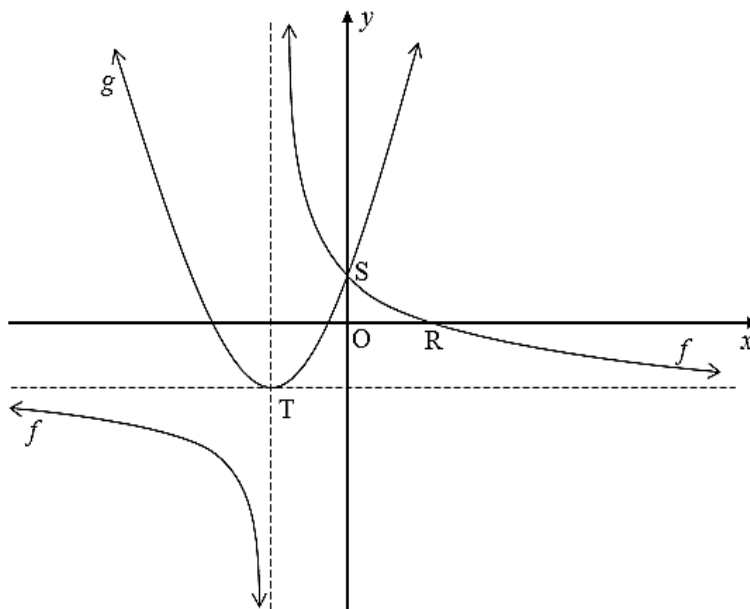
[11]

VRAAG 4

Die diagram hieronder toon die grafieke van $f(x) = \frac{5}{x+p} + q$ en $g(x) = 5x^2 + 10x + 3$.

Die twee grafieke sny by S, die y-afsnit van beide grafieke. R is die x-afsnit van f .

Die asimptote van f sny by T, die draaipunt van g .



- 4.1 Skryf die koördinate van S neer. (2)
- 4.2 Bepaal:
 - 4.2.1 Die koördinate van T (4)
 - 4.2.2 Die waardes van p en q (2)
 - 4.2.3 Die lengte van OR (2)
 - 4.2.4 Die terrein van g (2)
- 4.3 Bepaal die vergelyking van:
 - 4.3.1 Die raaklyn aan g by S (3)
 - 4.3.2 Die simmetrie-as van f , met 'n positiewe gradiënt (2)
- 4.4 Vir watter waardes van x sal $g'(x) \cdot f(x) \leq 0$ wees? (2)

[19]

VRAAG 5

Gegee: $h(x) = a^x$; $a > 0$ en $a \neq 1$. $B\left(-1; \frac{1}{2}\right)$ is 'n punt op h , die grafiek van $h(x)$.

5.1 Bepaal die waarde van a . (2)

5.2 Skryf die vergelyking van h^{-1} in die vorm $y = \dots$ neer. (2)

5.3 Skets die grafieke van h en h^{-1} op dieselfde assestelsel. Toon alle afsnitte met die asse duidelik aan. (4)

5.4 Skryf die gebied van h^{-1} neer. (1)

5.5 Bepaal die waarde(s) van x waarvoor $h^{-1}(x) > 1$. (1)

5.6 Indien dit gegee word dat $t(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1$.

5.6.1 Beskryf die transformasie vanaf h na t . (2)

5.6.2 Bepaal die vergelyking van die asimptoot van t . (1)

[13]

VRAAG 6

6.1 'n Skool het rekenaars vir R980 000 aangekoop. Die waarde van die rekenaars neem jaarliks af teen 'n koers van 9,2% p.j. op die verminderdesaldo-metode. Bereken die boekwaarde van die rekenaars na 7 jaar. (3)

6.2 Siphokazi belê R13 500 vir 'n sekere aantal jare. Sy verdien rente teen 'n koers van 8,2% per jaar, jaarliks saamgestel. Die finale waarde van die belegging is R20 020,28 werd.
Vir hoeveel jaar was die geld belê? (4)

6.3 Op 1 Januarie 2017 het Nelson R3 500 in 'n spaarrekening gedeponeer. Op 1 Januarie 2020 het hy 'n verdere R5 700 in dieselfde rekening gedeponeer. Die rentekoers vir die eerste twee jaar (wat vanaf 1 Januarie 2017 begin) is 7% per jaar kwartaalliks saamgestel en die rentekoers vir die laaste 3 jaar is 8% per jaar maandeliks saamgestel. Bereken die bedrag in die spaarrekening na 5 jaar. (6)

[13]

VRAAG 7

7.1 Bepaal $f'(x)$, vanuit eerste beginsels, as $f(x) = 5 - 2x^2$. (4)

7.2 Bepaal:

7.2.1 $f'(x)$, as $f(x) = 2x^5 - 7\sqrt{x} + \frac{1}{x}$ (4)

7.2.2 $\frac{d}{dx} \left[\frac{2x^2 - x - 6}{2x + 3} \right]$ (3)
[11]

VRAAG 8

Gegee: $f(x) = x^3 - 5x^2 - 8x + 12$ en $g(x) = ax + q$. A, B(2; -16) en C(6; 0) is die snypunte van f en g .

8.1 Bepaal die koördinate van die draaipunte van f . (4)

8.2 Bepaal die ander twee x -afsnitte van f . (3)

8.3 Skets die grafiek van f , toon duidelik die draaipunte en die afsnitte met die asse aan. (4)

8.4 Bepaal die waardes van a en q . (2)

8.5 Bepaal of die grafiek konkav op of konkav af by punt B is. (3)

8.6 Vir watter waardes van x , is $f(x) \geq g(x)$? (4)
[20]

VRAAG 9

'n Groot passasiersboot gebruik brandstof teen 'n koste van $4x^2$ rand per uur, waar x die spoed van die boot in km/h is.

Ander operasionele koste, insluitend arbeid, beloop R1 000 per uur.

[Wenk: afstand = spoed x tyd: $s = vt$]

- 9.1 Toon aan dat die totale koste vir 'n reis van 500 km gegee word deur

$$C(x) = 2\,000x + \frac{500\,000}{x}. \quad (3)$$

- 9.2 Teen watter spoed moet die boot op hierdie 500 km reis vaar om die totale koste so laag as moontlik te hou? (5)

[8]

VRAAG 10

- 10.1 Gebeurtenisse A en B is onderling uitsluitend. Dit word verder gegee dat:

- $3P(B) = P(A)$
- $P(A \text{ of } B) = 0,64$

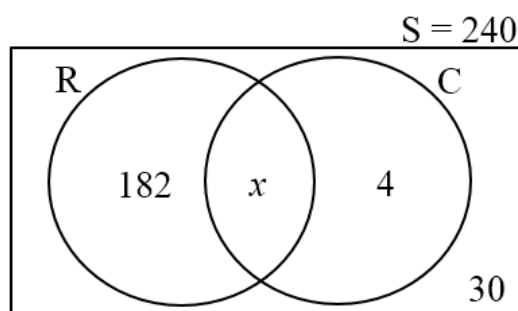
Bereken $P(B)$. (3)

- 10.2 Die waarskynlikheid dat dit op 'n gegewe dag sal reën is 37%. 'n Kind het 'n 12% kans om in droë weer te val en is drie keer meer geneig om in nat weer te val.

- 10.2.1 Teken 'n boomdiagram om ALLE moontlike maniere, hoe die weer kan beïnvloed of 'n kind sal val of nie, voor te stel. Toon die waarskynlikhede vir ELKE tak, sowel as die uitkomst. (4)

- 10.2.2 Wat is die waarskynlikheid dat 'n kind op enige gegewe dag nie sal val nie? (2)

- 10.3 'n Groep van 240 leerders was gevra of hulle Rugby (R) of Krieket (C) as skoolsport speel. 206 van die leerders het aangedui dat hulle rugby speel, 28 het gesê hulle speel krieket, 30 het gesê hulle speel nie een van die twee nie en x het gesê hulle speel beide. Die inligting is in die Venn-diagram hieronder voorgestel.



- 10.3.1 Bepaal die waarde van x . (2)

- 10.3.2 Sal jy die speel van rugby en krieket as onafhanklike gebeurtenisse beskou? Staaf jou antwoord met berekeninge. (Rond antwoorde tot 2 desimale plekke af.) (3)

[14]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$T_n = a + (n - 1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)d)$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} ; \quad r \neq 1$$

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r} ; \quad -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$$

$$P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

In $\triangle ABC$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{area } \triangle ABC = \frac{1}{2}ab \cdot \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2\sin^2 \alpha \\ 2\cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} \quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$