



# **NASIONALE SENIORSERTIFIKAAT**

**GRAAD 12**

**JUNIE 2023**

**TEGNIESE WISKUDE V2**

**PUNTE: 150**

**TYD: 3 uur**

---

Hierdie vraestel bestaan uit 16 bladsye, insluitend 'n 2-bladsy inligtingsblad en 'n spesiale antwoordeboek.

---

**INSTRUKSIES EN INLIGTING**

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voor die beantwoording van die vrae.

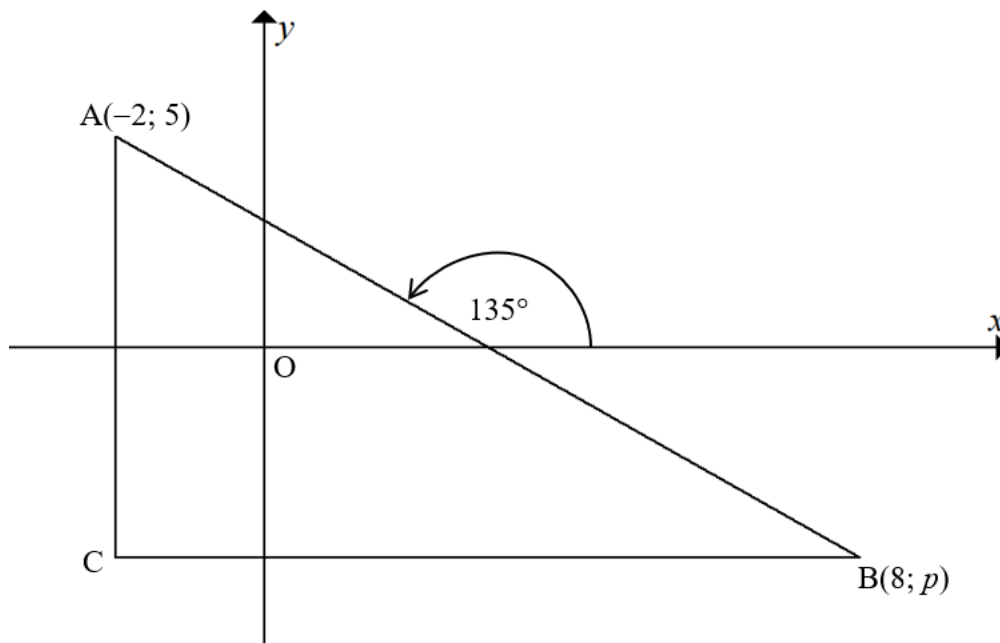
1. Hierdie vraestel bestaan uit ELF vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK, wat verskaf word.
3. Toon duidelik ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy in die bepaling van jou antwoorde gebruik het.
4. Volpunte sal NIE noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word NIE.
5. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.
6. Indien nodig, rond jou antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

**VRAAG 1**

In die diagram hieronder is  $ABC$  'n driehoek met hoekpunte  $A(-2; 5)$ ;  $B(8; p)$  en  $C$ .

Die inklinasiehoek van  $AB$  is  $135^\circ$ .

$AC$  is ewewydig met die  $y$ -as en  $BC$  is ewewydig met die  $x$ -as.

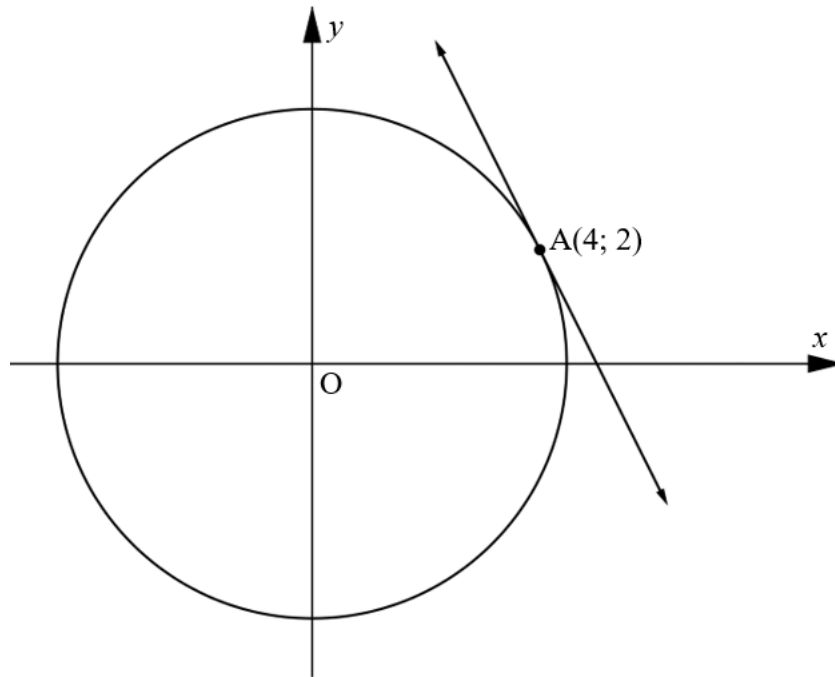


- 1.1 Bepaal die gradiënt van  $AB$ . (2)
- 1.2 Toon dat  $p = -5$ . (3)
- 1.3 Bepaal die koördinate van  $M$ , die middelpunt van  $AB$ . (2)
- 1.4 Skryf neer die vergelyking van  $BC$ . (1)
- 1.5 Skryf neer die koördinate van  $C$ . (2)
- 1.6 Toon dat  $CM \perp AB$ . (3)
- 1.7 Bepaal die vergelyking van die reguitlyn ewewydig met  $CM$  en wat deur punt  $A$  gaan. (3)

**[16]**

**VRAAG 2**

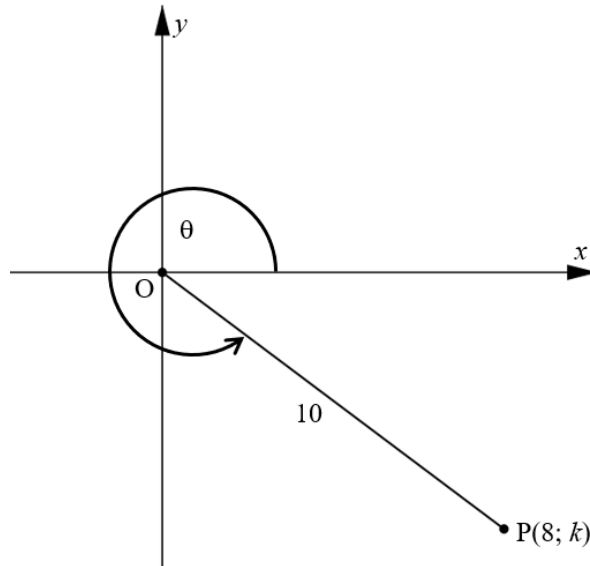
- 2.1 Die diagram hieronder toon die sirkel met vergelyking  $x^2 + y^2 = 20$ .  
A is 'n raakpunt van 'n raaklyn aan die sirkel.



- 2.1.1 Skryf neer die radius van die sirkel in eenvoudigste wortelvorm. (1)
- 2.1.2 Bepaal die vergelyking van die raaklyn aan die sirkel by punt A in die vorm  $y = \dots$  (4)
- 2.1.3 Skryf neer die koördinate van 'n ander punt waar die lyn AO met die sirkel kruis. (2)
- 2.2 Skets die grafiek van  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$ . Toon duidelik die afsnitte aan. (3)
- [10]

**VRAAG 3**

- 3.1 In die diagram hieronder is,  $P(8;k)$  'n punt op die Cartesiese vlak.  
 OP vorm 'n reflekshoek  $\theta$  met die positiewe  $x$ -as met OP gelyk aan 10-eenhede.



Bepaal die waarde van die volgende, SONDER die gebruik van 'n sakrekenaar:

3.1.1  $\cos \theta$  (1)

3.1.2  $k$  (3)

3.1.3  $\frac{\tan \theta}{\operatorname{cosec} \theta}$  (3)

- 3.2 Bepaal die waardes van  $x$ , as  $3 \cos x - 1 = -1,5$  vir  $x \in [0^\circ; 360^\circ]$  (4)  
**[11]**

**VRAAG 4**

4.1 Vereenvoudig:

$$(1 + \cos x)(1 - \cos x) \quad (2)$$

4.2 Vereenvoudig:

$$\frac{\cos^2(2\pi - x) \tan^2 x}{\sin(180^\circ + x) \operatorname{cosec}(180^\circ - x)} \quad (6)$$

4.3 Bewys dat:

$$\cot x + \tan x = \operatorname{cosec} x \cdot \sec x \quad (4)$$

**[12]**

**VRAAG 5**

Gegee die funksies gedefinieer deur  $f(x) = \cos 2x$  en  $g(x) = \sin(x - 30^\circ)$  vir  $x \in [0^\circ; 180^\circ]$ .

5.1 Skryf neer die periode van  $f$ . (1)

5.2 Skryf neer die amplitude van  $g$ . (1)

5.3 Op dieselfde assestelsel gegee in jou SPESIALE ANTWOORDEBOEK teken die grafieke van  $f$  en  $g$ . Toon duidelik die draaipunte, eindpunte en die afsnitte met die asse aan. (8)

5.4 Gebruik jou grafieke en bepaal vir watter waardes van  $x$  is:

5.4.1  $f(x) \leq 0$  (2)

5.4.2  $f(x) \cdot g(x) \geq 0$  in die tweede kwadrant (2)

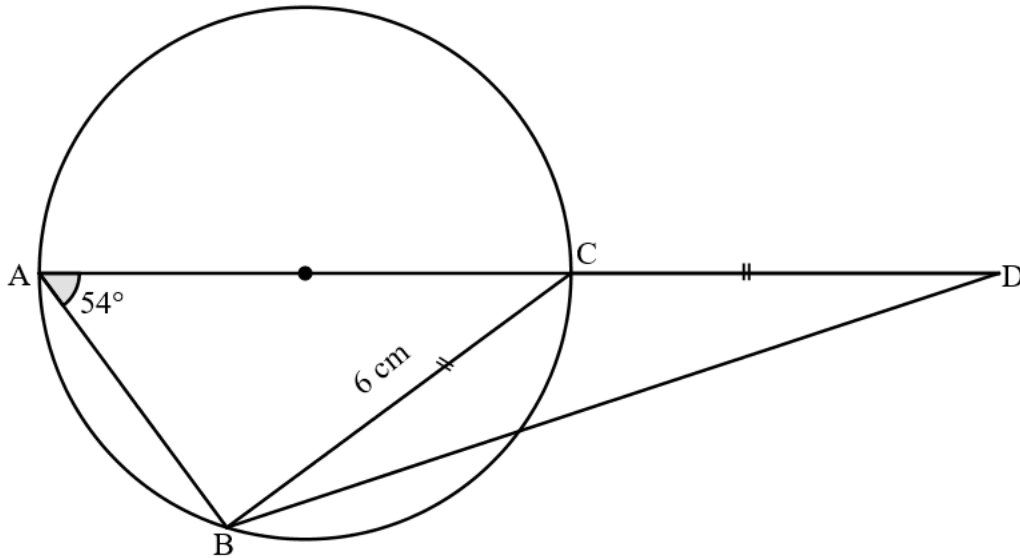
**[14]**

**VRAAG 6**

6.1 Skryf die kosinus reël vir  $\Delta PQR$  neer. (1)

6.2 In die diagram hieronder is AC die middellyn van die sirkel ABC.  
AC word verleng na D sodat  $DC = CD = 6$  cm.

$$\hat{A} = 54^\circ$$



Bepaal:

6.2.1 Met rede, die grootte van  $\hat{ABC}$  (2)

6.2.2 Met rede, die grootte van  $\hat{BCD}$  (2)

6.2.3 Die lengte van BD (4)

6.2.4 Die lengte van die middellyn, AC (2)

6.2.5 Die oppervlakte van  $\Delta ABC$  (3)

**[14]**

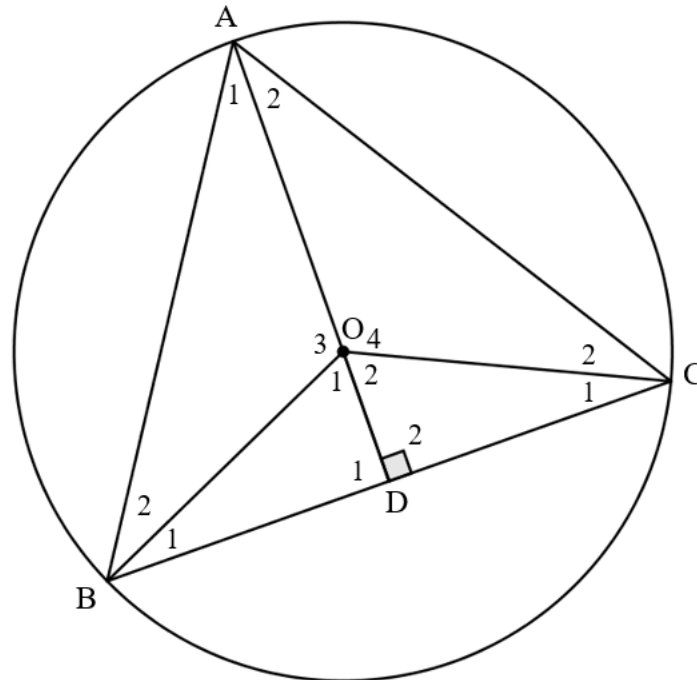


**VRAAG 7**

In die diagram hieronder is  $ABC$  'n sirkel met middelpunt  $O$ .

$OD = 3$  cm,  $BC = 11$  cm en  $OD \perp BC$ .

$BO$ ,  $AO$  en  $OC$  is verbind.



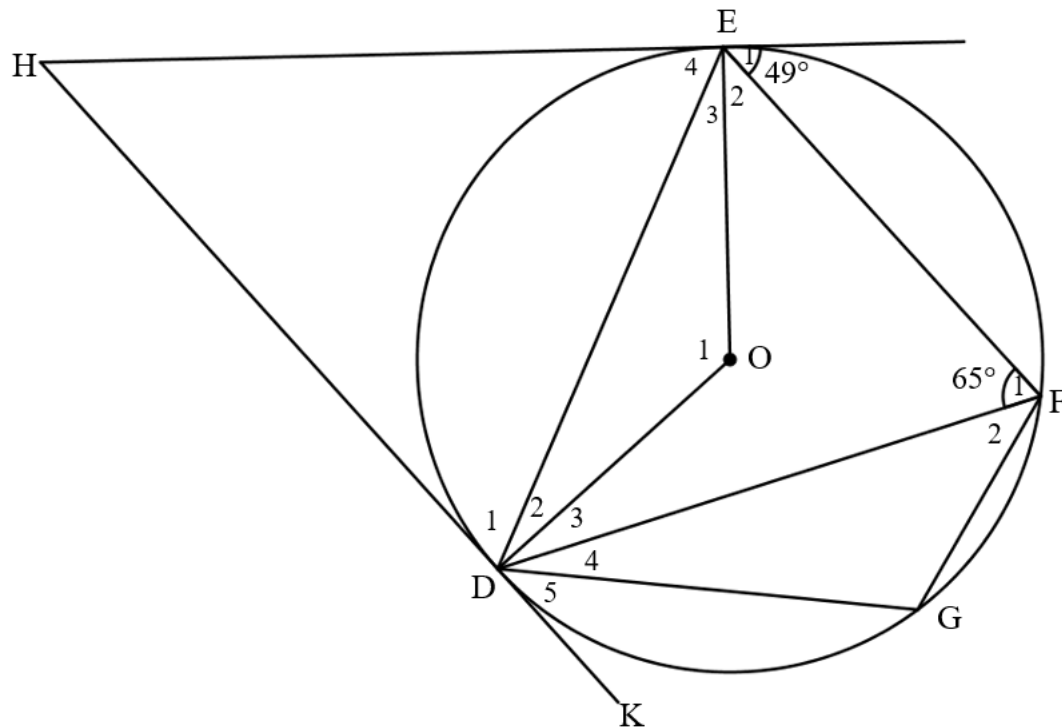
- 7.1 Bepaal, met 'n rede, die lengte van  $BD$ . (2)
- 7.2 Bereken die lengte van  $OB$ . (2)
- 7.3 Toon dat  $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ . (4)
- 7.4 Bereken die grootte van  $\hat{B}_1$ . (2)
- 7.5 Vervolgens, met redes, bereken die grootte van  $\hat{A}$ . (4)

**[14]**

**VRAAG 8**

In die onderstaande diagram hieronder is 'n sirkel met middelpunt O gegee.

HE en HD is raaklyne aan die sirkel sodat  $\hat{E}_1 = 49^\circ$  en  $\hat{F}_1 = 65^\circ$ .



8.1 Verskaf 'n rede waarom  $HD = HE$ . (1)

8.2 Bepaal, met redes, die grootte van die volgende hoeke:

8.2.1  $\hat{D}_1$  (2)

8.2.2  $\hat{D}_2$  (2)

8.2.3  $\hat{DEF}$  (2)

8.2.4  $\hat{G}$  (2)

8.2.5  $\hat{FDK}$  (2)

8.3 Toon, met redes, of EHDF siklies is. (3)

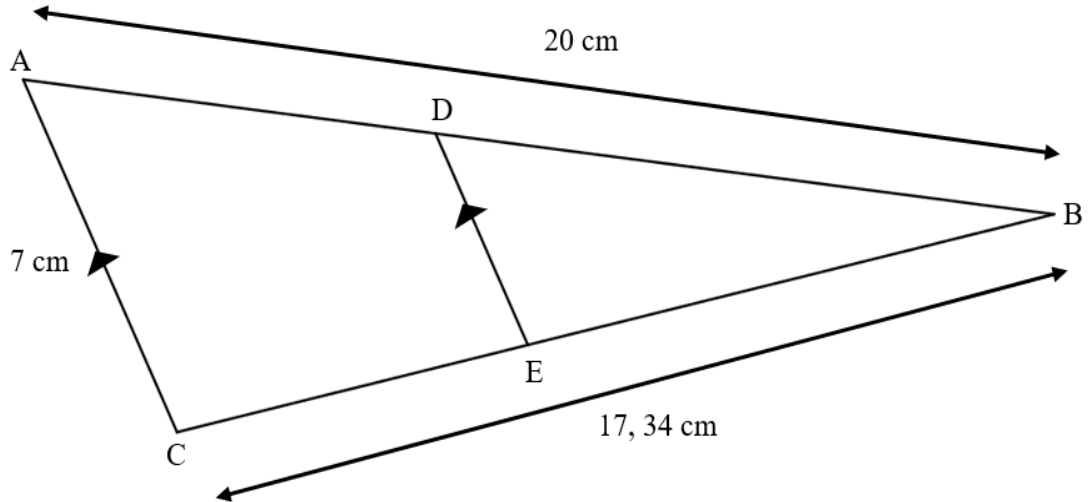
[14]

**VRAAG 9**

In  $\triangle ABC$  hieronder, is  $AB = 20$  cm,  $BC = 17,34$  cm en  $AC = 7$  cm.

D en E is punte op die sye van die driehoek sodanig dat  $DE \parallel AC$ .

$AD : DB = 2 : 3$



- 9.1 Bepaal die lengte van AD en DB. (3)
- 9.2 Bereken, met redes, die lengte van BE. (3)
- 9.3 Bewys, met redes, dat  $\triangle BDE \sim \triangle BAC$ . (3)
- 9.4 Vervolgens, bereken die lengte van DE. (3)

**[12]**

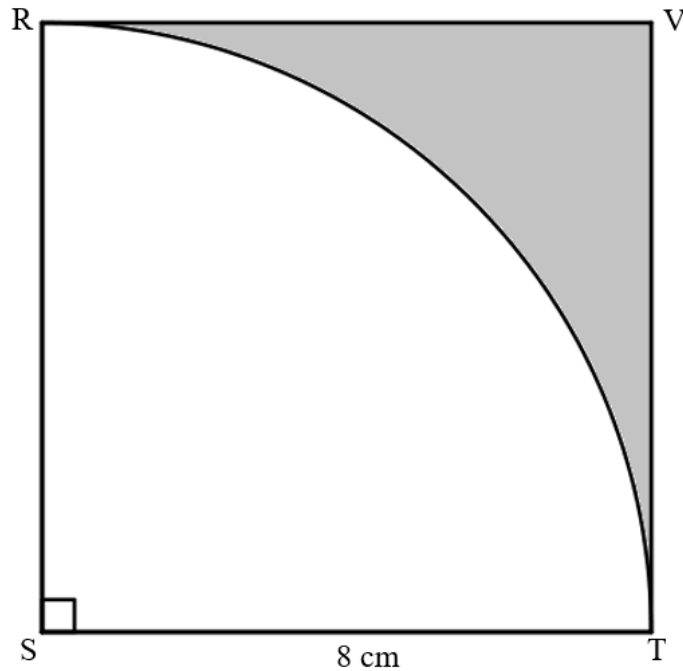
**VRAAG 10**

'n Wiel met 'n deursnee van 250 mm, het 'n omtreksnelheid van 108 kilometer per uur.

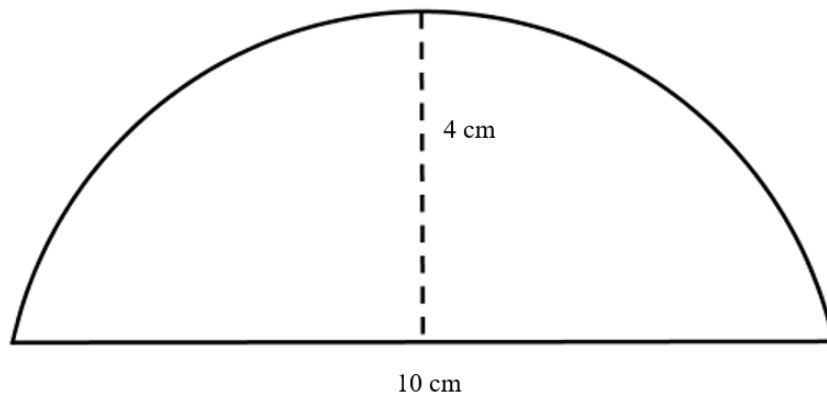
- 10.1 Herlei 108 km/h na m/s. (2)
- 10.2 Bepaal die omwentelingsfrekwensie van die wiel in sekondes. (5)
- 10.3 Bepaal die hoeksnelheid van die wiel in sekondes. (3)
- 10.4 Bepaal die afstand, in km, wat 'n punt op die wiel in 10 min sal dek. (3)
- 10.5 Bepaal hoe lank dit die wiel sal neem om 20 omwentelinge te maak. (2)
- [15]**

**VRAAG 11**

- 11.1 In diagram hieronder, is RSTV 'n vierkant met sye 8 cm.  
RT is 'n boog van die sektor RST.

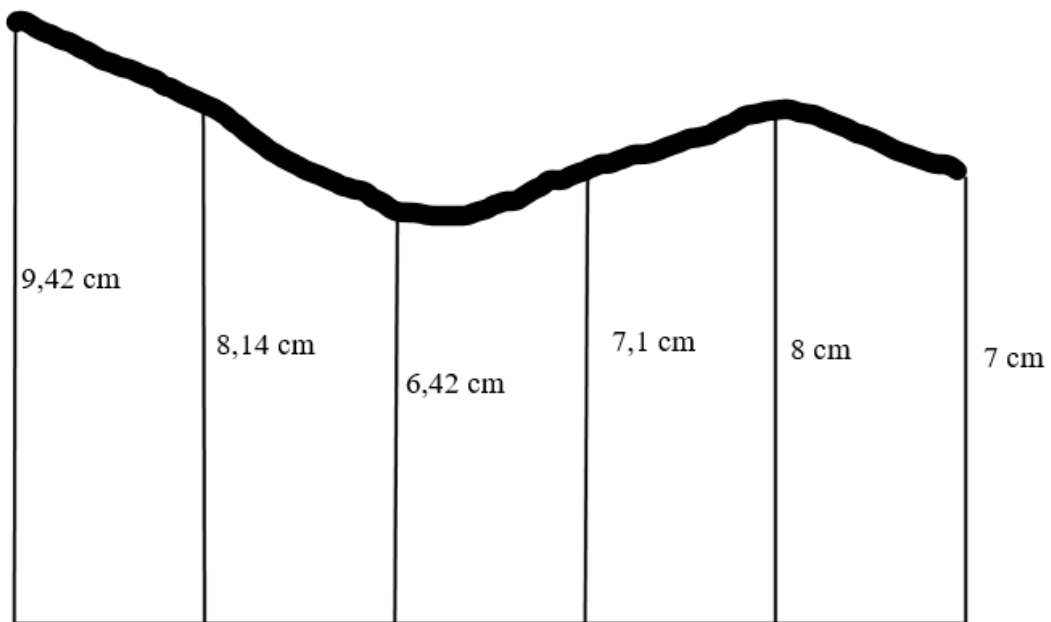


- 11.1.1 Bepaal die lengte van die boog RT. (3)
- 11.1.2 Bepaal die oppervlakte van sektor RST. (3)
- 11.1.3 Vervolgens, bereken die oppervlakte van die gearseerde gedeelte. (3)
- 11.2 Die diagram hieronder is 'n kleiner segment van 'n sirkel met hoogte 4 cm en koord 10 cm.



- Bepaal die lengte van die radius van die sirkel. (5)

- 11.3 Die ordinate in die onreëlmatige figuur is 9,42; 8,14; 6,42; 7,1; 8 en 7 cm soos in die diagram hieronder aangedui. Die oppervlakte van die onreëlmatige is  $113,61 \text{ cm}^2$ .



Bepaal die wydte van die gelyke dele op die horisontale as.

(4)  
[18]

**TOTAAL: 150**

## INLIGTINGSBLAD

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$$y = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$$

$$a > 0, a \neq 1 \text{ en } b > 0$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$i_{\text{eff}} = \left(1 + \frac{i^m}{m}\right)^m - 1$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \quad n \neq -1$$

$$\int kx^n dx = k \cdot \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \quad n \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln(x) + C, \quad x > 0$$

$$\int \frac{k}{x} dx = k \cdot \ln(x) + C, \quad x > 0$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, \quad a > 0$$

$$\int ka^{nx} dx = k \cdot \frac{a^{nx}}{n \ln a} + C, \quad a > 0$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

In  $\triangle ABC$ :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$\text{Area} = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$$

$$1 + \cot^2 \theta = \operatorname{cosec}^2 \theta$$

$$\pi rad = 180^\circ$$

$$\text{Hoeksnelheid} = \omega = 2\pi n \quad \text{waar } n = \text{omwentelingsfrekwensie}$$

$$\text{Hoeksnelheid} = \omega = 360^\circ n \quad \text{waar } n = \text{omwentelingsfrekwensie}$$

$$\text{Omtreksnelheid} = v = \pi Dn \quad \text{waar } D = \text{middellyn en } n = \text{omwentelingsfrekwensie}$$

$$\text{Omtreksnelheid} = v = \omega r \quad \text{waar } \omega = \text{hoeksnelheid en } r = \text{radius}$$

$$\text{Booglengte } s = r\theta \quad \text{waar } r = \text{radius en } \theta = \text{middelpuntshoek in radiale}$$

$$\text{Oppervlakte van sektor} = \frac{rs}{2} \quad \text{waar } r = \text{radius en } s = \text{booglengte}$$

$$\text{Oppervlakte van sektor} = \frac{r^2\theta}{2} \quad \text{waar } r = \text{radius en } \theta = \text{middelpuntshoek in radiale}$$

$$4h^2 - 4dh + x^2 = 0 \quad \text{waar } h = \text{hoogte van segment, } d = \text{middellyn van sirkel en } x = \text{lengte van koord}$$

$$A_T = a(m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_{n-1}) \quad \text{waar } a = \text{wydte van gelyke dele, } m_1 = \frac{o_1 + o_2}{2} \\ \text{en } n = \text{aantal ordinate}$$

**OF**

$$A_T = a \left( \frac{o_1 + o_n}{2} + o_2 + o_3 + o_4 + \dots + o_{n-1} \right) \quad \text{waar } a = \text{wydte van gelyke dele, } o_i = i^{st} \text{ ordinaat en} \\ n = \text{aantal ordinate}$$