



Province of the  
**EASTERN CAPE**  
EDUCATION



# **NASIONALE SENIORSERTIFIKAAT**

## **GRAAD 11**

### **NOVEMBER 2023**

### **WISKUNDE V2**

**PUNTE: 150**

**TYD: 3 uur**

---

Hierdie vraestel bestaan uit 12 bladsye, insluitend 1 inligtingsblad en  
'n antwoordeboek van 20 bladsye.

---

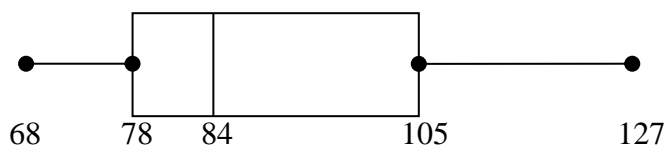
**INSTRUKSIES EN INLIGTING**

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vrae beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat voorsien is.
3. Toon ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens., wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik aan.
4. Slegs antwoorde sal NIE noodwendig volpunte toegeken word NIE.
5. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.
6. Indien nodig, rond antwoorde af tot TWEE desimale plekke, tensy anders vermeld.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken nie.
8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
- 9 Skryf netjies en leesbaar.

**VRAAG 1**

Die mond-en-snor diagram hieronder toon die September eksamen punte van 'n groep van 24 graad 11 seuns. Die mediaan is 84 en die gemiddelde is 87.



- 1.1 Hoeveel seuns het meer as 105 behaal? (1)
- 1.2 In watter rigting is die skeefheid van die punte? (1)
- 1.3 Bereken die omvang van die data. (2)
- 1.4 Toe die antwoordeboek van die kandidaat wat 127 behaal het nagegaan word, is 'n optelfout gevind en die punt is na 147 verander. Bepaal die gevolglike waarde van die volgende:
  - 1.4.1 Die mediaan (1)
  - 1.4.2 Die gemiddelde (2)

**[7]****VRAAG 2**

55 leerders was by die skool se snoepwinkel vir 'n steekproef gebruik om hulle wagtyd in minute, voordat hulle gehelp word, te meet. Die uitslae was in die tabel hieronder aangeteken:

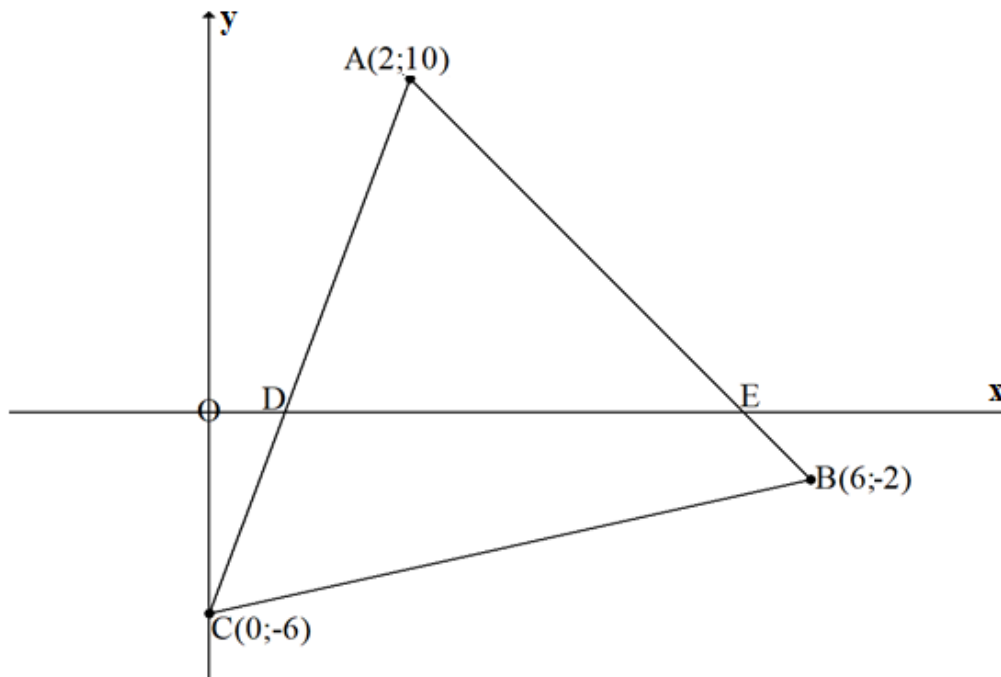
Wagtyd (minute)	Aantal leerders	Kumulatiewe frekwensie
$0 < x \leq 4$	6	
$4 < x \leq 8$	10	
$8 < x \leq 12$	19	
$12 < x \leq 16$	15	
$16 < x \leq 20$	5	

- 2.1 Voltooi die kumulatiewe frekwensietabel in die ANTWOORDEBOEK. (2)
- 2.2 Teken, vervolgens, die kumulatiewe frekwensiegrafiek op die rooster in die ANTWOORDEBOEK. (4)
- 2.3 Gebruik jou grafiek om die aantal leerders wat vir meer as 14 minute gewag het, te beraam. (3)
- 2.4 Skryf die modale klas van die data neer. (1)
- 2.5 Gebruik jou grafiek om die interkwartielewydte/omvang van die data te beraam. (3)

**[13]**

**VRAAG 3**

- 3.1 Saamlynige punte is punte wat op dieselfde reguitlyn lê. As  $A(-8; 0)$ ,  $B(x - 5; -8)$  en  $C(x; -14)$  saamlynig is, bereken dan die waarde van  $x$ . (5)
- 3.2  $A(2; 10)$ ;  $B(6; -2)$  en  $C(0; -6)$  is die hoekpunte van 'n driehoek. Punte D en E is  $x$ -afsnitte van reguitlyne AC en AB onderskeidelik. Bestudeer die diagram hieronder en beantwoord die vrae wat volg.



- 3.2.1 Bereken die koördinate van M, die middelpunt van BC. (2)
- 3.2.2 Bereken die lengte van AC en laat jou antwoord in eenvoudigste wortelvorm. (2)
- 3.2.3 Skryf die koördinate van F neer, as ABCF 'n parallellogram is. (2)
- 3.2.4 Toon aan dat ABCF nie 'n reghoek is nie. (3)
- 3.2.5 Bepaal die vergelyking van reguitlyne AB en AC. (5)
- 3.2.6 Bereken, vervolgens of andersins, die grootte van  $\hat{A}$ . (6)
- 3.2.7 Bereken die oppervlakte van  $\triangle ADE$ . (5)

**[30]**

**VRAAG 4**

4.1 As  $7 \tan \theta = 3$  en  $\cos \theta < 0$ , gebruik 'n skets in die korrekte kwadrant om die waarde van  $\frac{\sin \theta + \cos \theta}{2 \sin \theta}$  te bepaal, sonder die gebruik van 'n sakrekenaar. (6)

4.2 As  $\sin 32^\circ = p$ , druk elk van die volgende in terme van  $p$  uit:

4.2.1  $\tan(-32^\circ)$  (3)

4.2.2  $\sin 418^\circ$  (2)

4.3 Vereenvoudig die volgende volledig sonder die gebruik van 'n sakrekenaar:

$$\frac{\sin 120^\circ \cdot \tan 300^\circ}{\cos(-60^\circ) \cdot \tan 225^\circ} \quad (7)$$

4.4 Bewys die volgende identiteit:

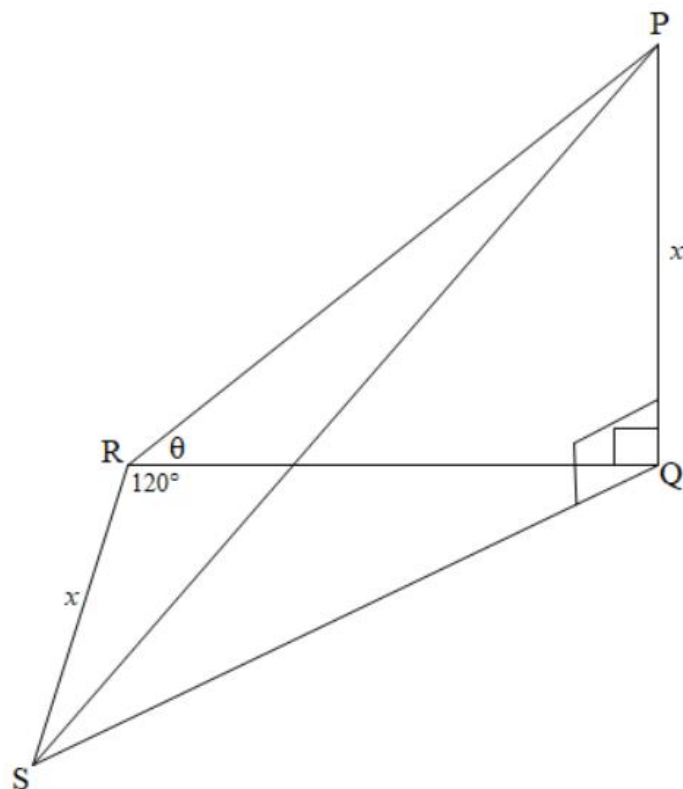
$$\frac{\cos^2 x - \cos x - \sin^2 x}{2 \sin x \cos x + \sin x} = \frac{1}{\tan x} - \frac{1}{\sin x} \quad (5)$$

4.5 Bepaal die algemene oplossing van:  $\sin(5\theta) = \cos(\theta - 40^\circ)$  (6)

[29]

**VRAAG 5**

In die diagram hieronder is PQ 'n vertikale toring. Q, R en S is punte op dieselfde horisontale vlak. Die hoogtehoek vanaf R na P is  $\theta$ .  $\widehat{QRS} = 120^\circ$  en  $PQ = RS = x$ .



5.1 Bepaal QR in terme van  $\theta$  en  $x$ . (2)

5.2 Toon aan dat  $QS = x \sqrt{\frac{1}{\tan^2 \theta} + \frac{1}{\tan \theta} + 1}$  (4)

5.3 As  $x = 15$  cm en  $\theta = 22^\circ$ , bereken:

5.3.1 QS (2)

5.3.2  $\widehat{QPS}$  (2)

[10]

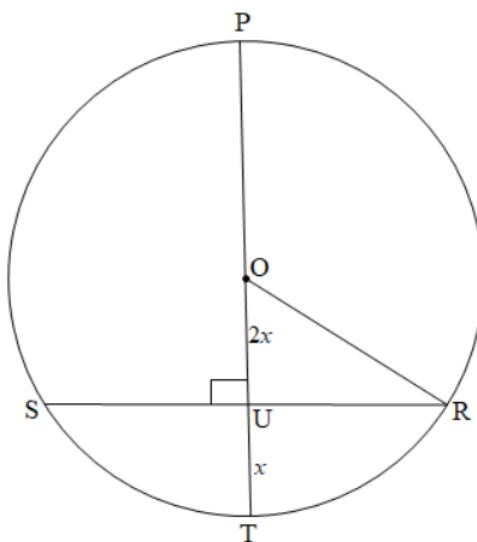
**VRAAG 6**

Gegee:  $f(x) = \sin 2x$  en  $g(x) = \tan x - 1$

- 6.1 Teken die sketsgrafieke van  $f$  en  $g$  op dieselfde assestelsel wat in die ANTWOORDEBOEK voorsien is vir  $x \in [-45^\circ; 180^\circ]$ . Dui alle eindpunte, afsnitte met die asse, draaipunte sowel as asimptote aan. (6)
- 6.2 Gebruik jou grafieke om die waarde(s) van  $x$  te bepaal waarvoor:
- 6.2.1  $\sin 2x > 0$  (1)
- 6.2.2  $f(x) \cdot g(x) \geq 0$  (3)
- 6.3 As  $h(x) = f(x) + 2$ , skryf die waardeversameling/terrein van  $h$  neer. (2)
- [12]**

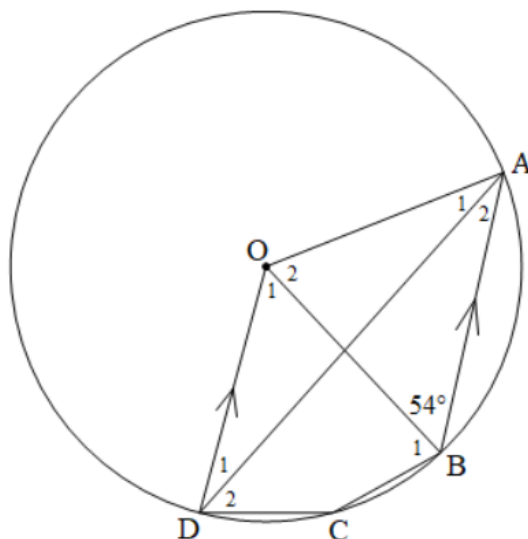
**VRAAG 7**

- 7.1 In die diagram hieronder is  $O$  die middelpunt van die sirkel.  $SR = 40$  cm en  $OT \perp SR$ . Dit is ook gegee dat  $UT = x$  en  $OU = 2x$ .



Bepaal:

- 7.1.1 Die lengte van  $OR$  in terme van  $x$  (1)
- 7.1.2 Die waarde van  $x$ , laat jou antwoord in eenvoudigste wortelvorm (5)
- 7.2 In die diagram hieronder is  $O$  die middelpunt van die sirkel.  $ABCD$  is punte op die omtrek van die sirkel.  $OD \parallel AB$  en  $\widehat{OBA} = 54^\circ$ .



Bepaal:

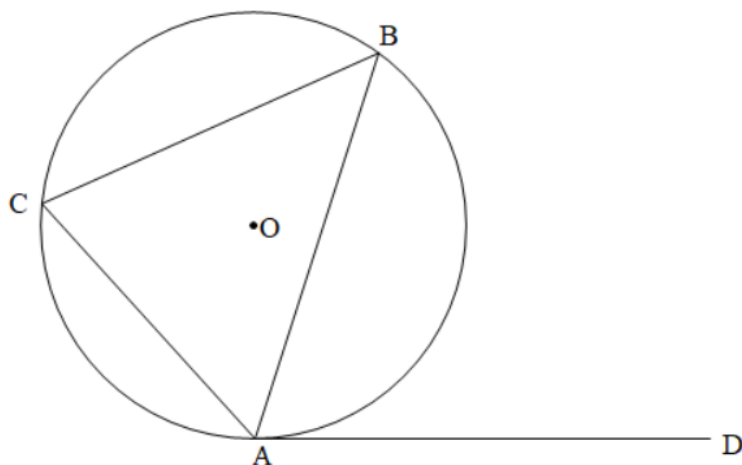
- 7.2.1 Die grootte van  $\widehat{A}_2$  (4)
- 7.2.2 Die grootte van  $\widehat{C}$  (2)
- 7.2.3 Bewys dat  $DA$  halveer  $\widehat{OAB}$  (3)

[15]



**VRAAG 8**

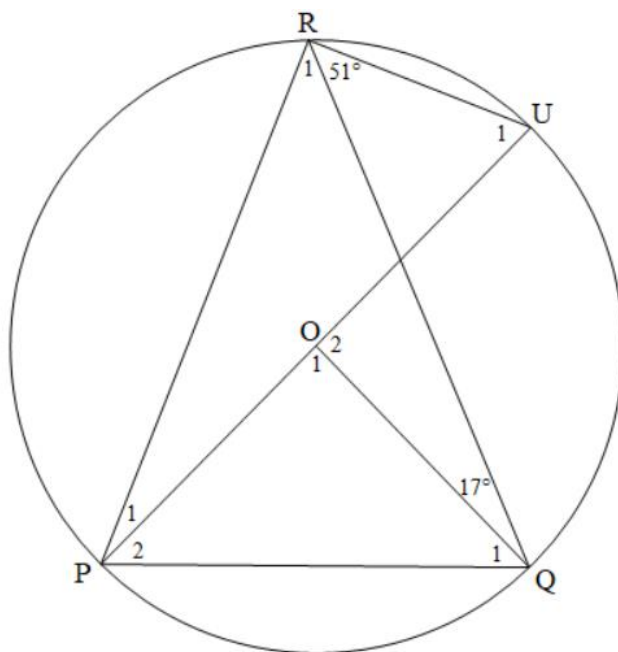
8.1 In die diagram hieronder is DA 'n raaklyn aan die sirkel met middelpunt O.



Gebruik die diagram hierbo om die stelling te bewys wat meld dat:  
 $\widehat{DAB} = \widehat{BCA}$ .

(5)

8.2 In die diagram hieronder is O die middelpunt van sirkel QPRU.  
 $\widehat{OQR} = 17^\circ$  en  $\widehat{QRU} = 51^\circ$ .



Bereken, met redes, die grootte van:

8.2.1  $\widehat{R}_1$  (2)

8.2.2  $\widehat{O}_1$  (2)

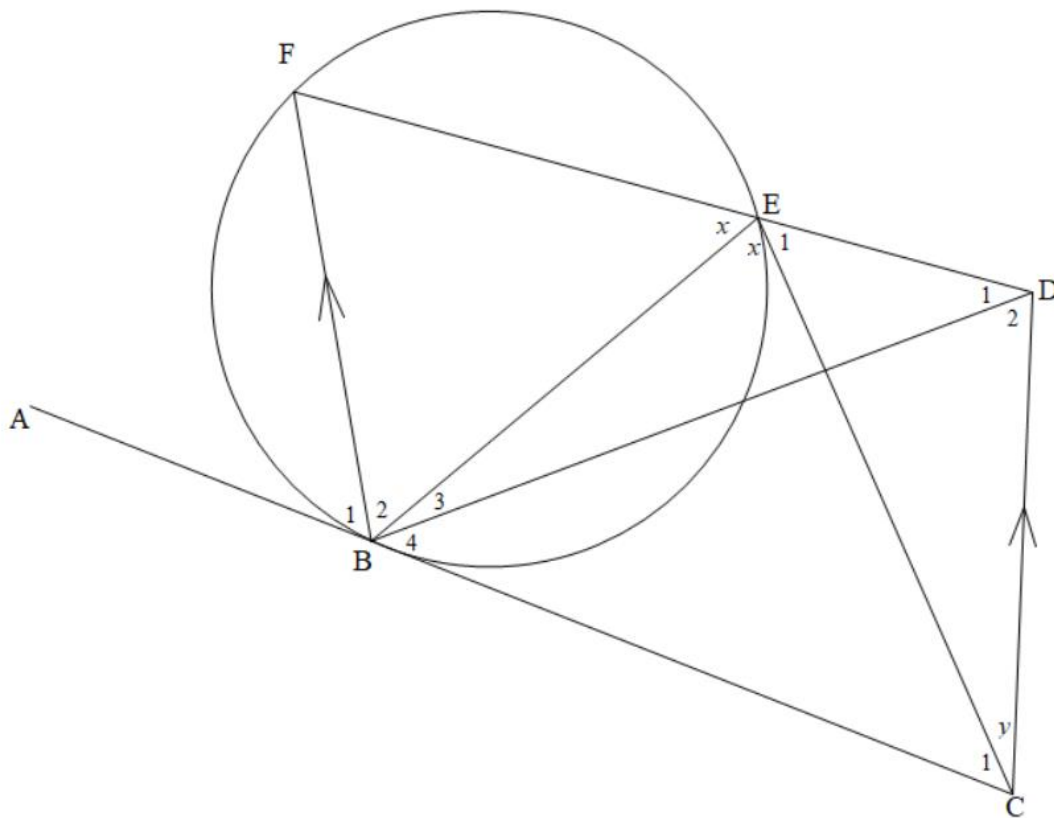
8.2.3  $\widehat{Q}_1$  (2)

8.2.4  $\widehat{U}_1$  (2)

**[13]**

## VRAAG 9

ABC is 'n raaklyn aan sirkel BFE by B. Vanaf C is 'n reguitlyn ewewydig aan BF getrek en ontmoet FE verleng by D. EC en BD is geteken.  $\widehat{FEB} = \widehat{BEC} = x$  en  $\widehat{ECD} = y$ .



9.1 Bereken, in terme van  $x$  en  $y$ , die groottes van elk van die volgende hoeke. Gee redes vir jou antwoorde.

9.1.1  $\widehat{ABF}$  (2)

9.1.2  $\widehat{BCD}$  (2)

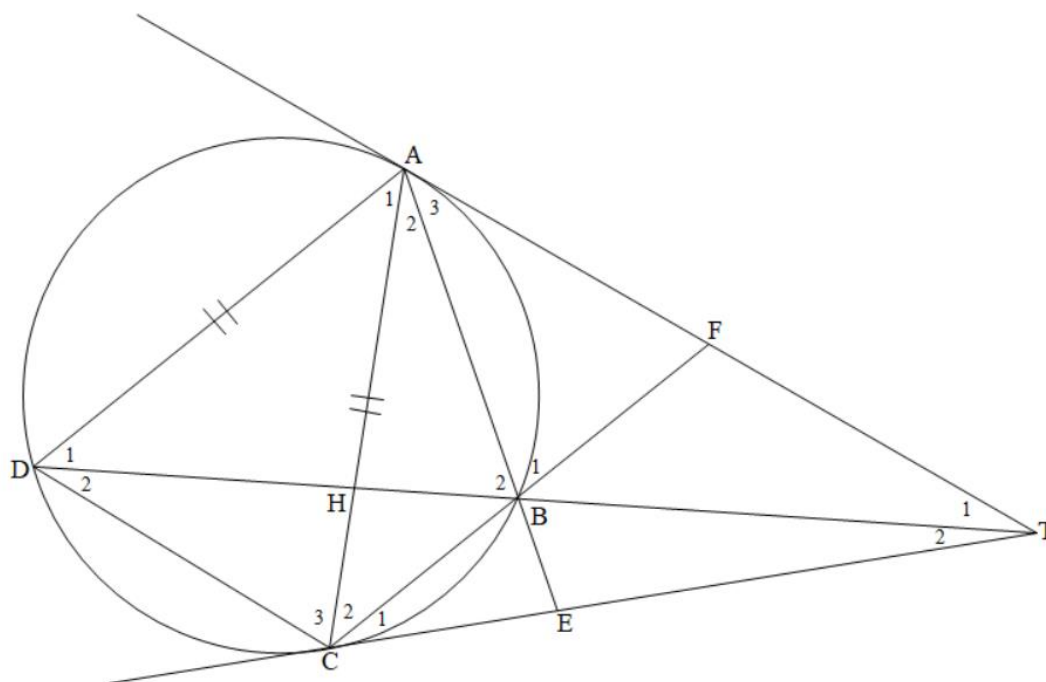
9.2 Waarom is BEDC 'n koordevierhoek? (1)

9.3 Watter ander twee hoeke is gelyk aan  $x$ ? Gee redes vir jou antwoorde. (4)

[9]

**VRAAG 10**

In die diagram hieronder is ABCD 'n koordevierhoek met  $AC = AD$ . Raaklyne AC en CT raak die sirkel by A en C onderskeidelik.



Bewys dat:

10.1  $\widehat{B}_1 = \widehat{B}_2$  (4)

10.2 BECH 'n koordevierhoek is. (3)

10.3 CA 'n raaklyn aan die sirkel is wat deur die punte A, B en T gaan. (5)

[12]

**TOTAAL: 150**

## INLICHTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$\sum_{i=1}^n 1 = n$$

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}; \quad r \neq 1$$

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r}; \quad -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$$

$$P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$\text{In } \triangle ABC: \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A \quad \text{area } \triangle ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2\sin^2 \alpha \\ 2\cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$